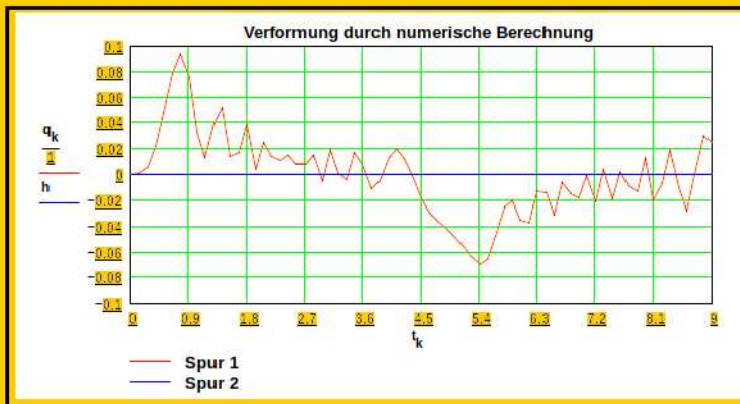


Band 3

Walter Kirk



Beiträge zur Erdbebensicherung von Bauwerken



**Deformationsstrukturen als
konfirmatorische Grundlagen
für Bauwerke gegen Erbebensicherung**

Walter Kirk

Beiträge

zur

Erdbebensicherung von Bauwerken

Deformationsstrukturen als konfirmatorische Grundlagen
für Bauwerke gegen Erdbebenbelastung

Band 3

Essen 2002

Die Deutsche Bibliothek – *CIP-Einheitsaufnahme*

Kirk, Walter:

Beiträge zur Erdbebensicherung von Bauwerken: Deformationsstrukturen als konfirmatorische Grundlagen für Bauwerke gegen Erdbebenbelastung / Walter Kirk. – Essen: W. Kirk, 2002
ISBN 3-8311-3645-9

Impressum

©Walter Kirk, 2002. Alle Rechte vorbehalten. Alle Angaben im Buch wurden sorgfältig erarbeitet, erfolgen jedoch ohne Gewähr. Für Verbesserungsvorschläge und Hinweise auf Fehler ist der Autor dankbar.

Vertriebsrechte dieses Buches liegen bei:

Books on Demand GmbH, Gutenbergring 53, 22848 Norderstedt

Kein Teil dieses Buches darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder in einem anderen Verfahren) ohne unsere vorherige schriftliche Genehmigung reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Warenzeichenhinweis

MathCad ist ein eingetragenes Warenzeichen der MathSoft, Inc.

Hinweis:

Die im Buch aufgeführten elektronischen Dateien können vom Autor gegen Entgelt auf einem Datenträger (Diskette 9 cm/3,5-Zoll) bezogen werden (Bestellschein, S. 57).

Zu dieser Arbeit

Die Beweisführung analytisch kinematischer Aussagen verlangt eine streng mathematisch zu behandelnde Systemführung.

Ich denke, die in diesem Band im Mittelpunkt stehende Theorie endlicher Verzerrungen ist dafür ein geeignetes, vielleicht sogar faszinierendes Hilfsmittel. Dadurch bekommen die als Aussagemuster gebildeten partiellen Ableitungen einen konfirmatorischen Charakter.

Der Autor

Dipl.-Berg-Ingenieur Walter Kirk war aktiv im Ruhrbergbau, später in der Bergbauforschung in Essen tätig. Von 1966 bis zu seiner Pensionierung im Jahr 1982 war er im deutschen Bundesamt für Zivilschutz in Bonn für die Forschung im Bereich simulierter Versuche gegen NEMP, SCHOCK, WÄRME- und DIFFUSIONSBELASTUNG von Bauwerken verantwortlich. Er lebt heute im Ruhestand in Essen.

VORWORT

In diesem dritten Band über „Beiträge zur Erdbebensicherung von Bauwerken“ stelle ich die Ergebnisse vor die daraus resultieren, dass ich die mit Hilfe einer quantitativ deformationskinematischen Berechnung über die sicherheitlichen Strukturen von Bauwerken getroffenen Aussagen am charakteristischen Beispiel der Erdbebenlast von Friaul 1976 als konfirmatorischen Status betrachte.

Damit wird das in den vorangegangenen zwei Bänden angesprochene Massen-Spannungsverhalten mit den Deformationsgesetzen verknüpft.

Nunmehr schließt sich der Kreis der Untersuchungsarbeit mit einem der vielleicht faszinierendsten mathematischen Hilfsmittel überhaupt.

Essen, im März 2002

Werner Ritz

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	5
Konfirmatorische Betrachtungen zu den kinematischen Aussagen	7
1 Vorbemerkung	7
1. Deformationsanalyse	7
2 Spannungen, Verzerrungen, Deformationsgradient, Verträglichkeitszeichen 1	7
3 Die Realität der imaginären Gradientenstruktur, Rissstruktur, Verträglichkeitszeichen 2	11
4 Körperfeste Deutung, Taylorabbildung, Verträglichkeitszeichen 3	12
5 Drehzeiger für polare-multiplikative Zerlegung, Beseitigung der Ungereimtheiten	12
6 Baukörperanalyse	20
2. Deformationsanalyse	23
7 Spannung, Verzerrungen, Deformationsgradient, Verträglichkeitszeichen 1	23
8 Die Realität der imaginären Gradientenstruktur, Rissstruktur, Verträglichkeitszeichen 2	23
9 Körperfeste Deutung, Taylorabbildung, Verträglichkeitszeichen 3	27
10 Drehzeiger für polare-multiplikative Zerlegung, Beseitigung der Ungereimtheiten	28
11 Baukörperanalyse	36
3. Deformationsanalyse	39
12 Spannungen, Verzerrungen, Deformationsgradient, Verträglichkeitszeichen 1	39

13 Die Realität der imaginären Gradientenstruktur, Rissstruktur, Verträglichkeitszeichen 2	39
14 Körperfeste Deutung, Taylorabbildung, Verträglichkeitszeichen 3	43
15 Drehzeiger für polare-multiplikative Zerlegung, Beseitigung der Ungereimtheiten	44
16 Baukörperanalyse	52
17 Zusammenfassung	55
18 Literaturverzeichnis	56

Konfirmatorische Betrachtungen zu den kinematischen Aussagen ¹

1 Vorbemerkung

Die vor mehr als vier Jahren aufgegriffene Problemreihe zur Gestaltung einer deterministischen Bemessungsstrategie für eine Erdbebensicherung von Bauwerken hat durch eine kontinuummechanische Betrachtungsweise zu einer völlig neuen Sicht der nichtlinearen Verhaltensstrukturen in den Objekten geführt. Es zeigte sich nämlich, dass eine verträgliche Gestaltung der Mediendurchläufe nur über die Simulation einer Spannungsanalyse zu erreichen ist.

Weil die gesetzlichen Verhältnisse die zeitlichen Änderungen der Spannungen und der Verzerrungen verknüpfen ist es folgerichtig, eine konfirmatorische Betrachtung mit Hilfe der Deformations- und Winkelgeschwindigkeiten zur Belegung der Kompatibilität beider Aussageformen anzustellen. Diese Betrachtungsweise, aber auch die faszinierenden Deformationsgesetze, motivierten zur Gestaltung eines 3. Bandes.

1. Deformationsanalyse

2 Spannungen, Verzerrungen, Deformationsgradient, Verträglichkeitszeichen 1

Am Anfang jeder Überlegung zur Beschreibung der Kinematik für die Verknüpfung von Spannungen und Verzerrungen an einem durch die Last des Erdbebens von Friaul 1976 deformierten Tragwerk steht die Bereitstellung einer spezifischen Größe, die als Quotient die kinematisch verändernde Faktorgröße vertritt.

In der Kontinuummechanik stellt ein durch lokale und räumliche Zustandsgrößen gebildeter Quotient diesen Faktor dar. Er lässt als massenbezogener symmetrischer Tensor 2. Stufe die Berechnung beginnen und wird als Deformationsgradient bezeichnet.

Gemäss meiner Spannungsrechnung² bildet er den Linienelementvektor in der Konfiguration k_r als Eigenwert ab. Zugleich legt er mit seinem absoluten Wert von $k_r = 0.084$ die Partikelndistanz in der unverformten Konfiguration und mit $F^* \lambda F = 0.422$ in der verformten Konfiguration k fest. Damit ist ein erstes Verträglichkeitszeichen gesetzt.³

Die Glaubwürdigkeit und Objektivität der durch den Deformationsgradienten ausgedrückten partiellen Ableitungen stellt man dadurch fest, dass das Produkt der Jacobischen Determinanten $\det(F)$ und $\det(F^{-1})$ den positiven Wert von 1 ergibt; somit ist erwiesen, dass kein Volumenelement fehlt.

Zum mathematischen Nachweis siehe Berechnung in Datei QUADRIKEN5A (S. 8).

¹ s. Kirk, Walter: *Beiträge zur Erdbebensicherung von Bauwerken*, Band 1 und 2, a.a.O. s. Abschn. 18

² s. S. 37 Band 2 (dort unter der Beteiligung einer Masse von $40400 \text{ [Ns}^2/\text{m}]$) und den orthonormalen Eigenvektoren (Einheitstensor 2. Stufe)

³ s. Legende S. 9

Grundsätzlich gilt, dass im Deformationsbereich der Erdbebenproblematik nur eine quantitativ gestaltete Berechnung den Anspruch auf Objektivität erheben kann.

Seite 1

Datei: Quadriken5a

Aufg: Beispiel Deformanalyse Zmax 0,37g
2% 6,3w 8,9413vgmax

$$39.69 x^2 + 56.313 y^2 + 48.001 z^2 = 1$$

$$i := 0 \dots 2 \quad j := 0 \dots 2 \quad k := 0 \dots 2$$

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - 1 = 0$$

$$n := 3$$

$$\text{ORIGIN} := 0$$

$$M := 30400$$

$$\mathbf{F} := \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 56.313 & 0 \\ 0 & 0 & 48.001 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 56.313 & 0 \\ 0 & 0 & 48.001 \end{pmatrix}$$

$$n - \text{rg}(\mathbf{F}) = 0$$

$$\text{sp}(\mathbf{F}) = 144.004$$

$$|\mathbf{F}| = 1.073 \times 10^5$$

$$\text{rg}(\mathbf{F}) = 3$$

$$\lambda \mathbf{F} := \text{eigenwerte}(\mathbf{F})$$

$$\lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 \\ 56.313 \\ 48.001 \end{pmatrix}$$

$$\sum \lambda \mathbf{F} = 144.004$$

$$\Phi \mathbf{F} := \text{eigenvektoren}(\mathbf{F})$$

$$|\Phi \mathbf{F}| = 1$$

$$\Phi \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|\Phi \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \Phi \mathbf{F}| = 1.073 \times 10^5$$

$$kr := |\lambda \mathbf{F}|$$

$$kr = 83.968$$

$$k := |\mathbf{F} \cdot \lambda \mathbf{F}|$$

$$k = 4224.528$$

$$\Phi \mathbf{F}^T \cdot \Phi \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi \mathbf{F} \cdot \Phi \mathbf{F}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi \mathbf{F} \cdot \lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 \\ 56.313 \\ 48.001 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M1} := \begin{pmatrix} 39.69 - \lambda \mathbf{F}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 56.313 - \lambda \mathbf{F}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 48.001 - \lambda \mathbf{F}_0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16.623 & 0 \\ 0 & 0 & 8.311 \end{pmatrix}$$

Überprüfung der kinematischen
Verträglichkeit durch $\mathbf{FJ} \cdot \mathbf{FJ}^T - 1 = 1$

$$|\mathbf{M1}| = 0$$

$$\mathbf{FJ} := \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 56.313 & 0 \\ 0 & 0 & 48.001 \end{pmatrix}$$

besitzt die Determinante

$$\mathbf{FJ} := 107285.25762297$$

$$\mathbf{FJ} = 1.073 \times 10^5$$

durch Matrixinvertierung, ergibt

$$\mathbf{FJ} \cdot \mathbf{FJ}^{-1} = 1$$

$$\mathbf{FJ}^{-1} = 9.321 \times 10^{-6}$$

$$\mathbf{FJ} := \begin{pmatrix} 2.5195263290501385739 & \cdot 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 1.7757888942162555715 & \cdot 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 2.0832899314597612550 & \cdot 10^{-2} \end{pmatrix}$$

besitzt die Determinante

$$\mathbf{FJ} := 9.3209451340861383198 \cdot 10^{-6}$$

Der als Kugelooperator definierte Deformationsgradient F (S. 8) hat auf Grund der bei seiner Auflösung entstehenden Wurzelfunktion (s. unten) eine streng imaginäre Struktur zweiter Ordnung, die eine wegen ihrer partiellen Ableitungen nach der Z -Achse räumlich abhebende Quadrik als Ellipsoid entstehen lässt.

Die Tensorfläche ist also ein Ellipsoid, wobei die partiellen Ableitungen $F(x,y)$ als Richtungs-faktoren für die Bewegungen in beiden Richtungen verantwortlich sind. Das geometrisch operative Kunstwerk des deformativen Kugeltensors lässt tief in die isotropen bzw. anisotropen elastisch-plastischen Abläufe blicken. Ich werde bei der Zerlegung von F noch einmal auf die deformativen Bewegungsvorgänge zurückkommen.

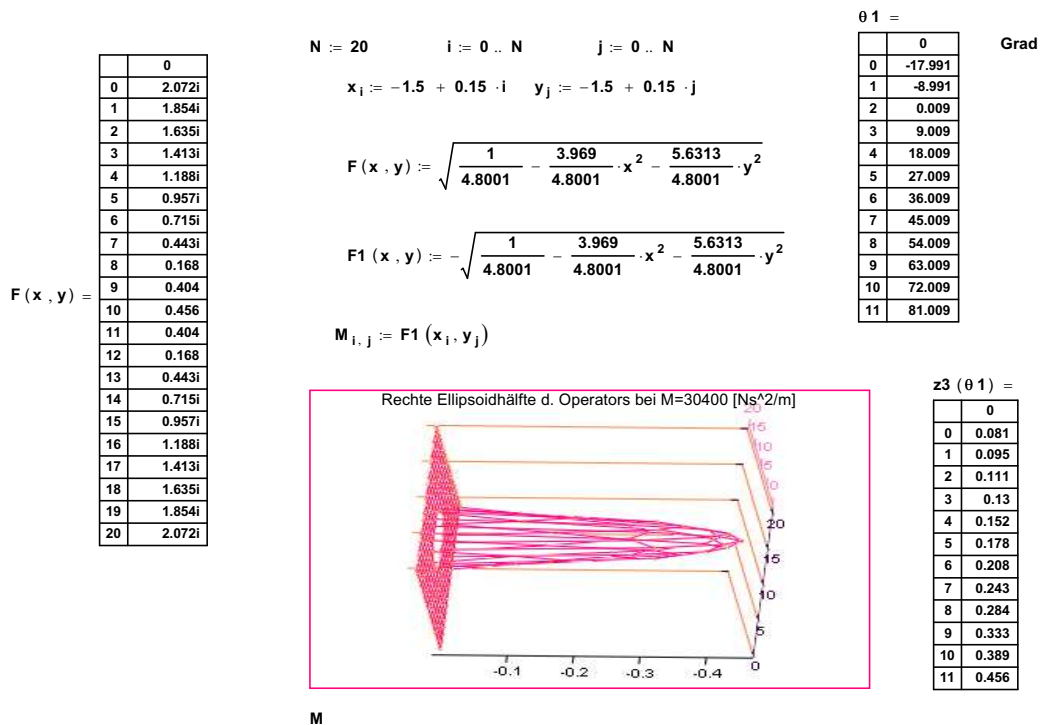


Abb. 1: Berechnung der rechten Hälfte der Quadrik

Legende:

F_e	F-Tensor für den elastischen Anteil
F_p	F-Tensor für den plastischen Anteil
k	aktuelle Konfiguration
kr	Referenz-Konfiguration
U	plastischer Rechts-Tensor
V	elastischer Links-Tensor

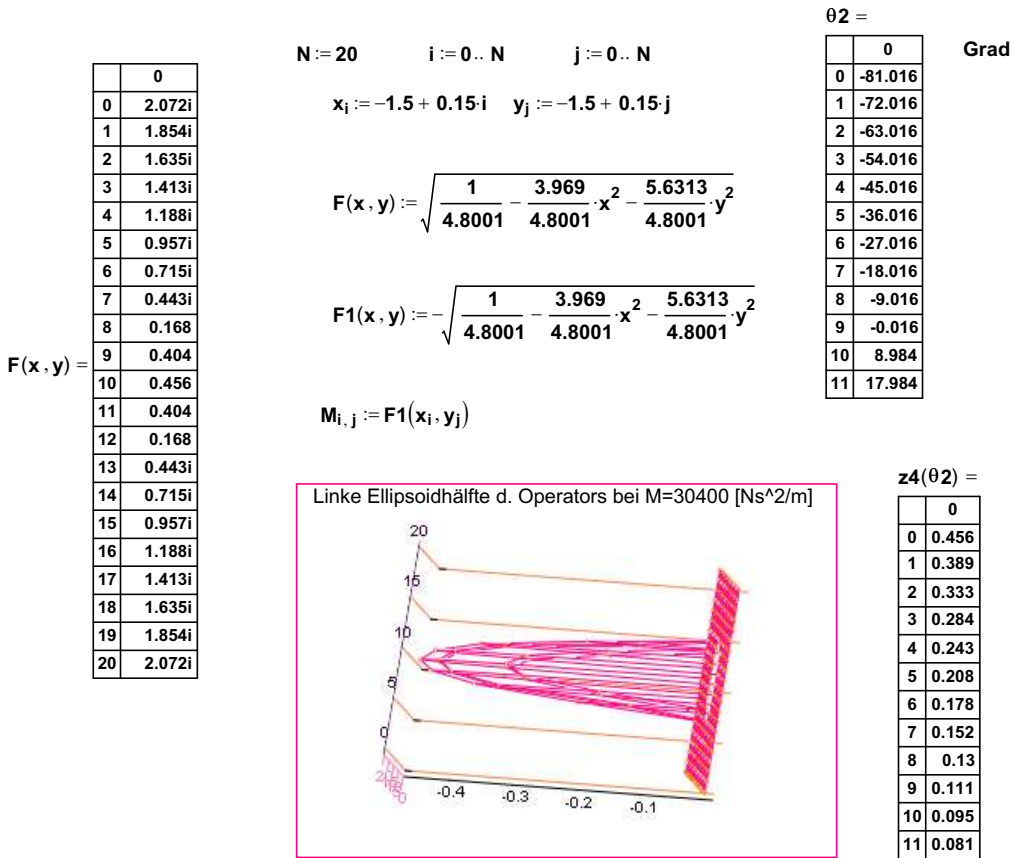


Abb. 2: Berechnung der linken Hälfte der Quadrik

Legende:

- Fe F-Tensor für den elastischen Anteil
- Fp F-Tensor für den plastischen Anteil
- k aktuelle Konfiguration
- kr Referenz-Konfiguration
- U plastischer Rechts-Tensor
- V elastischer Links-Tensor

3 Die Realität der imaginären Gradientenstruktur, Rissstruktur, Verträglichkeitszeichen 2

Kennzeichnend für das operative Verhalten eines mit drei Variablen ausgestatteten Kugeltensors ist seine imaginäre Lösungsstruktur, die bei hoher kubischer Symmetrie den elliptischen ebenen Überdeckungsfall auslöst. In den Grafiken (S. 9 f.) ist ersichtlich, dass sich das Gitter geometrisch unter dem mit der Masse $M = 30400 \text{ [Ns}^2/\text{m}]$ geführten Antwortmodell in Richtung der Z-Achse abhebt und die Fundamentalvektoren als Partikelindistanz in den Konfigurationen $k_r = 0,081$ und $k = 0,456$ unter einer um 99° gedrehten Bewegung nach beiden Richtungen abbildet (S. 9 f.).

Mit der im Vergleich zum regulären kubisch tetraedrischen Körper festgestellten Winkelsumme von 240° ist die durch den Gradiententensor ausgelöste Abdeckung des Ellipsoids mit Hilfe einer Winkelbeteiligung von $2 \cdot 99^\circ = 198^\circ$ ein geradezu fundamentaler Hinweis auf die im konstitutiven Charakterbild der Rissstruktur enthaltenen Schadensgefährdung. Ein nicht-regulär aufgebauter Deformationskörper hat an unsteten Flächenelementen eine große Neigung zum Abriss und Spalten.

Mit den im Band 2 unter Abschn. 2.4 aufgeführten Tabellenberechnungen und der hier durch das Charakterbild der Rissstrukturen aufgezeigten Schadensgefährdung besteht ein kongruenter Zusammenhang, der für das vorliegende Tragwerk kein verträgliches Verhalten vorsieht. Hieran wird deutlich, dass dieser dritte Band deshalb einen konfirmatorischen Charakter besitzt.

Zur Winkelsummenberechnung für die elliptische Geometrie bei regulären Körpern:

(m, n) Körperecken als Veränderungsfaktoren in der Summe $> 1/2$

bei $m = 3$ und $n = 3$ ist der Faktor 0,666666

Er überzieht den elliptischen Körper ohne Überschneidungen unter einer Winkelsumme von $2 \cdot \pi \cdot (1/3 + 1/3) = 4,19 \text{ rad} = 240^\circ$ mit regulären Tetraedern, wie oben angeführt.

Die als Ausdruck der Partikelindistanz in k_r und k symbolisierte und auf die berechneten Spannungszustände bezugnehmende Deformation⁴ hat durch die unregelmäßig tetraedisch abgedeckte Rissstruktur der in der imaginären Funktion $F(x,y)$ enthaltenen Quadrik ein zweites Verträglichkeitszeichen für das Tragwerk gesetzt.

Imaginärer Funktionsverlauf und unregelmäßige Quadrikabbildung lassen gemeinsam auf Mannigfaltigkeit im Lösungsverhalten schließen. Deshalb gehe ich davon aus, dass es sich bei der Lösungsstruktur allein aus dem Funktionsverlauf der imaginär partiellen Wurzelfunktion $F(x,y)$ noch nicht um eine konsistente handeln kann.

⁴ Abschn. 2.2, Kirk, Walter, Band 2, a.a.O.

4 Körperfeste Deutung, Taylorabbildung, Verträglichkeitszeichen 3

Ausgehend von der Vorstellung, dass komplexe Integrale bei ihrer Kreisbewegung einen Zugang auf innere und äußere Strukturen haben, wird am Übergang des inneren imaginären zum reellen äußeren Bereich die Lösung zu erwarten sein.

Eine Unterstützung erfährt die Vorstellung durch die unterschiedlichen Ergebnisse der auf den Seiten 8 und 9 für den k -Bereich ausgewiesenen direkten und indirekten Lösungen der Partikelndistanzen von $k = 0,422$ und $k = 0,456$.

Durch die von der körperfesten Deutung ausgehende Taylorabbildung (S. 14 f.) wird der durch die Drehstreckung ausgelöste Deformationsvorgang jetzt für beide Verträglichkeitswerte zwei und drei von $k = 0,456$ bestätigt; daraus ist die Nichtorthogonalität der Ellipsoidabdeckung ersichtlich, die im Gegensatz zu der Orthogonalität der vom Gradienten in jeder Raumrichtung ausgehenden Vektorzuordnung steht und hier den absoluten Betrag der Partikelndistanz von $k = 0,422$ ausmacht.

Der Wert steht im Gegensatz zu den Verträglichkeiten zwei und drei (S. 8).

5 Drehzeiger für polare-multiplikative Zerlegung, Beseitigung der Ungereimtheiten

Es konnte bisher nachgewiesen werden, dass sich die im Newmarkschen Spektrum abgebildeten Wirkstrukturen „Spannungen“⁵ und die mit unregelmäßigen Flächen abgedeckte Quadrikoberfläche „Deformationen“ entsprechen. Beide durch die Erdbebenlast ausgelösten Vorgänge gleichen sich in der Analyse durch kongruente Tensoren, d.h. es werden zeitliche Änderungen der Spannungen und der Verzerrungen durch das Deformationsgesetz miteinander verknüpft.

Um das zu zeigen und den Bewegungsmechanismus anschaulich zu demonstrieren wird zuerst versucht den Deformationsgradient polar-multiplikativ in einen elastischen Anteil F_e und einen plastischen Anteil F_p zu zerlegen in⁶:

$$F = F_e * F_p$$

um die Partikelndistanz dieses Tensors in k zu bestimmen.

Denn die multiplikative Zerlegung bedeutet, dass das materielle Linienelement λF in k zuerst über F_p in eine Zwischenkonfiguration k_z und anschließend mit F_e nach k transformiert wird, d. h. die Gleichung nimmt einen konstitutiven Charakter ein.

Hierdurch wird die Entkopplung der kinematischen Mechanismen der elastischen und der plastischen Deformation festgeschrieben. Sie lautet:

$$F_p = R_p * U \quad \text{und} \quad F_e = V * R_e$$

⁵ Kirk, Walter: Band 2, a.a.O.

⁶ s. Legende S.17

Da das Produkt $F_e \cdot F_p$ gleich $F \cdot \lambda \cdot F$ ist, ergibt sich die Partikelndistanz in k zu

$$0,422$$

die die Ungereimtheiten bestehen lässt (S. 17).

Wie schon in Abschn. 4 angedeutet sind sie Ausdruck einer durch die Abbildungen verursachten unterschiedlichen Koordinatentransformation. Die richtige Zuordnung der Konfigurationswerte gelang mit Hilfe der Taylorabbildung durch die Drehzeigerfunktionen (S. 17-19).

Die Tabellenwerte der Seite 19 belegen die richtige Zuordnung und stehen im Zusammenhang mit den grafisch aufgeführten Funktionen auf den Seiten 17 und 18, die den rechten und linken Ablauf der Ellipsoidabdeckung widerspiegeln.

Erst aus beiden grafischen Darstellungen sind die mit den Zeichen 2 und 3 gekennzeichneten Hauptstrukturwerte 0,081/0,456 als richtige Lösung zu erkennen, weil die Grafik auf der Seite 18 den vom Tensor ermittelten k_r -Wert 0,081 und den von der Taylorberechnung und dem Drehzeiger richtig koordinierten k -Wert 0,456 wiedergibt

Die sich unter dem Zeichen 1 ergebenden Hauptstrukturwerte 0,075/0,422 stehen für eine Substrukturbildung, die die Ellipsoidoberfläche nicht-regulär mit isotropem Hauptachsenstandard abzudecken versucht.

$$F(x, y) := \sqrt{\frac{1}{4.8001} - \frac{3.969}{4.8001} \cdot x^2 - \frac{5.6313}{4.8001} \cdot y^2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4.8001} - \frac{3.969}{4.8001} \cdot x^2 - \frac{5.6313}{4.8001} \cdot y^2}$$

konvertiert in die Reihe

$$\left[\left(.20832899314597612550 - 1.1731630591029353555 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \dots$$

$$+ \frac{- .41342888689818962105}{\left(.20832899314597612550 - 1.1731630591029353555 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \cdot x^2$$

$$g1(x, y) := \left[\left(.20832899314597612550 - 1.1731630591029353555 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right]$$

$$g2(x, y) := \left[\left(.20832899314597612550 - 1.1731630591029353555 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \dots$$

$$+ \frac{- .41342888689818962105}{\left(.20832899314597612550 - 1.1731630591029353555 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}}$$

$F(x, y) =$

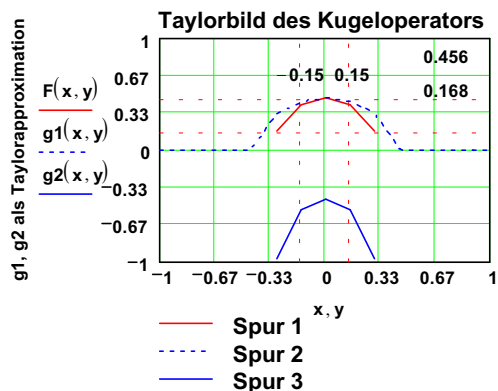
	0
0	2.072i
1	1.854i
2	1.635i
3	1.413i
4	1.188i
5	0.957i
6	0.715i
7	0.443i
8	0.168
9	0.404
10	0.456
11	0.404
12	0.168
13	0.443i
14	0.715i
15	0.957i
16	1.188i
17	1.413i
18	1.635i
19	1.854i
20	2.072i

 $g1(x, y) =$

	0
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0.321
9	0.427
10	0.456
11	0.427
12	0.321
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0

 $g2(x, y) =$

	0
0	$4.33 \cdot 10^{15}$
1	$1.861 \cdot 10^{15}$
2	$5.548 \cdot 10^{15}$
3	$1.482 \cdot 10^{15}$
4	$1.839 \cdot 10^{15}$
5	$1.005 \cdot 10^{16}$
6	$1.146 \cdot 10^{16}$
7	$1.949 \cdot 10^{16}$
8	-0.969
9	-0.543
10	-0.449
11	-0.543
12	-0.969
13	$1.949 \cdot 10^{16}$
14	$1.146 \cdot 10^{16}$
15	$1.005 \cdot 10^{16}$
16	$1.839 \cdot 10^{15}$
17	$1.482 \cdot 10^{15}$
18	$5.548 \cdot 10^{15}$
19	$1.861 \cdot 10^{15}$
20	$4.33 \cdot 10^{15}$


 $F(x, y) =$

	0
0	2.072i
1	1.854i
2	1.635i
3	1.413i
4	1.188i
5	0.957i
6	0.715i
7	0.443i
8	0.168
9	0.404
10	0.456
11	0.404
12	0.168
13	0.443i
14	0.715i
15	0.957i
16	1.188i
17	1.413i
18	1.635i
19	1.854i
20	2.072i

 $\theta 1 =$

	0
0	-17.991
1	-8.991
2	0.009
3	9.009
4	18.009
5	27.009
6	36.009
7	45.009
8	54.009
9	63.009
10	72.009
11	81.009

Grad

 $\theta 2 =$

	0
0	-81.016
1	-72.016
2	-63.016
3	-54.016
4	-45.016
5	-36.016
6	-27.016
7	-18.016
8	-9.016
9	-0.016
10	8.984
11	17.984

Grad

 $z3(\theta 1) =$

	0
0	0.081
1	0.095
2	0.111
3	0.13
4	0.152
5	0.178
6	0.208
7	0.243
8	0.284
9	0.333
10	0.389
11	0.456

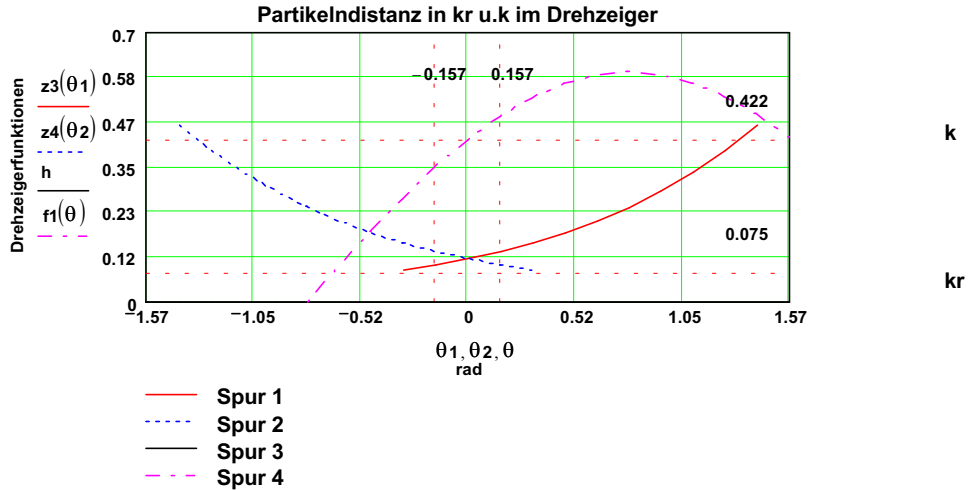
 $z4(\theta 2) =$

	0
0	0.456
1	0.389
2	0.333
3	0.284
4	0.243
5	0.208
6	0.178
7	0.152
8	0.13
9	0.111
10	0.095
11	0.081

Polare Zerlegung des F-Tensors

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}^* \mathbf{R}^* \mathbf{R}^* (\mathbf{R}^{\wedge -1} \mathbf{R}_p^* \mathbf{U}) = \mathbf{V}^* \mathbf{R}^* (\mathbf{R}^* \mathbf{R}^{\wedge -1}) \mathbf{R}_p^* \mathbf{U}$$

$$\mathbf{F} \mathbf{e}^* \mathbf{F}_p = \mathbf{V}^* \mathbf{R}^* \mathbf{R}_p^* \mathbf{U} = \mathbf{F}$$



$|\mathbf{F} \mathbf{e} \cdot \lambda \mathbf{F}| = 4224.528$ $d = 4223.387$ $kr = 83.968$ $\text{taylor } g_1(0, 0) = 0.456$

$$\mathbf{F} \mathbf{e} \cdot \lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 3171.154 \\ 2304.096 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_p \cdot \lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 3171.154 \\ 2304.096 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_p \cdot \mathbf{F} \mathbf{e} = \begin{pmatrix} 1575.296 & 0 & 0 \\ 0 & 3171.154 & 0 \\ 0 & 0 & 2304.096 \end{pmatrix}$$

Legende:

kr = Referenz-Konfiguration

k = aktuelle-Konfiguration

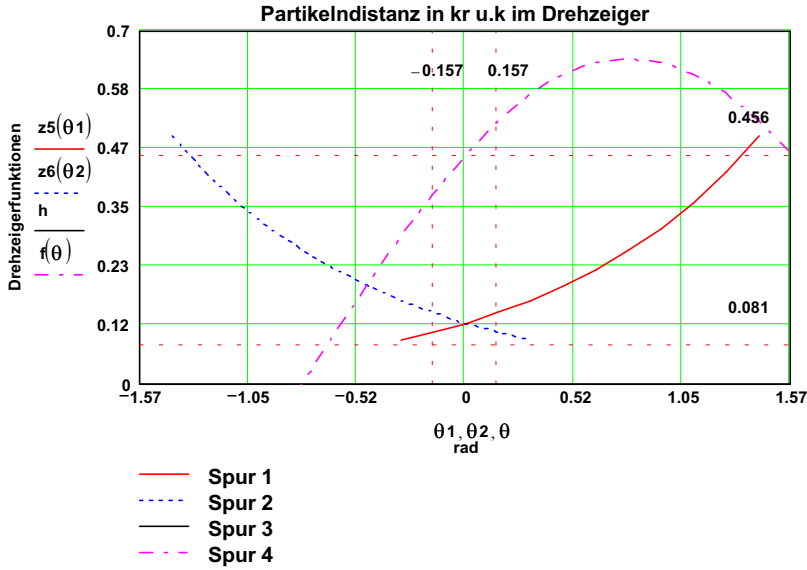
$\mathbf{F} \mathbf{e}$ = F-Tensor für den elastischen Anteil

$\mathbf{F}_p$ = F-tensor für den plastischen Anteil

$\mathbf{V}$ = elastischer Links-Strecktensor

$\mathbf{U}$ = plastischer Rechts-Strecktensor

Polare Zerlegung des F-Tensors
 $F = V \cdot Re \cdot R^*(R^{-1} \cdot Rp \cdot U) = V \cdot Re \cdot (R \cdot R^{-1}) \cdot Rp \cdot U$
 erweiterte Gleichung um die beliebigen Drehungen ($Re \cdot R$)
 und $R^* \cdot Rp$). $Fe \cdot Fp = V \cdot Re \cdot Rp \cdot U = F$



$$Fe \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 3171.154 \\ 2304.096 \end{pmatrix}$$

$$Fp \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 3171.154 \\ 2304.096 \end{pmatrix}$$

$$Fp \cdot Fe = \begin{pmatrix} 1575.296 & 0 & 0 \\ 0 & 3171.154 & 0 \\ 0 & 0 & 2304.096 \end{pmatrix}$$

$$|Fe \cdot \lambda F| = 4224.528$$

$$|Fp \cdot Fe| = 1.151 \times 10^{10}$$

$$d = 4223.387 \quad kr = 83.968 \quad \text{taylor} \quad g1(0, 0) = 0.456$$

Legende:

kr = Referenz-Konfiguration

k = aktuelle-Konfiguration

Fe=F-Tensor für den elastischen Anteil

Fp=F-tensor für den plastischen Anteil

V =elastischer Links-Strecktensor

U =plastischer Rechts-Strecktensor

$$g \cdot ds_0 = \begin{pmatrix} 62523.502 \\ 1.786 \times 10^5 \\ 1.106 \times 10^5 \end{pmatrix}$$

$$g \cdot dx = \begin{pmatrix} 2.482 \times 10^6 \\ 1.006 \times 10^7 \\ 5.309 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

$$kr = 83.968$$

$$z3(\theta1) := r \cdot e^{(\theta1)} \cdot 0.243$$

$$\text{Taylor} \quad g1(0, 0) = 0.456$$

$$d = 4223.387$$

$$z4(\theta2) := r \cdot e^{-(\theta2)} \cdot 0.243$$

$$f(\theta) =$$

	0
0	-0.456
1	-0.522
2	-0.575
3	-0.613
4	-0.637
5	-0.645
6	-0.637
7	-0.613
8	-0.575
9	-0.522
10	-0.456
11	-0.379
12	-0.293
13	-0.199
14	-0.101
15	0

$$f(\theta1) =$$

	0
0	0.293
1	0.379
2	0.456
3	0.522
4	0.575
5	0.613
6	0.637
7	0.645
8	0.637
9	0.613
10	0.575
11	0.522

$$r \cdot e^{i\theta1} =$$

	0
0	0.434-0.141i
1	0.45-0.071i
2	0.456+7.263i·10 ⁻⁵
3	0.45+0.071i
4	0.434+0.141i
5	0.406+0.207i
6	0.369+0.268i
7	0.322+0.322i
8	0.268+0.369i
9	0.207+0.406i
10	0.141+0.434i
11	0.071+0.45i

$$z3(\theta1) =$$

	0
0	0.081
1	0.095
2	0.111
3	0.13
4	0.152
5	0.178
6	0.208
7	0.243
8	0.284
9	0.333
10	0.389
11	0.456

$$z4(\theta2) =$$

	0
0	0.456
1	0.389
2	0.333
3	0.284
4	0.243
5	0.208
6	0.178
7	0.152
8	0.13
9	0.111
10	0.095
11	0.081

$$z5(\theta1) := r \cdot e^{(\theta1)} \cdot 0.2625$$

$$z6(\theta2) := r \cdot e^{-(\theta2)} \cdot 0.2625$$

$$z7(\theta1) := r \cdot e^{(\theta1)} \cdot 0.225$$

$$z8(\theta2) := r \cdot e^{-(\theta2)} \cdot 0.225$$

$$f(\theta3) =$$

	0
0	0.293
1	0.379
2	0.456
3	0.522
4	0.575
5	0.613
6	0.637
7	0.645
8	0.637
9	0.613
10	0.575
11	0.522

$$z5(\theta1) =$$

	0
0	0.087
1	0.102
2	0.12
3	0.14
4	0.164
5	0.192
6	0.224
7	0.263
8	0.307
9	0.359
10	0.421
11	0.492

$$z6(\theta2) =$$

	0
0	0.492
1	0.421
2	0.36
3	0.307
4	0.263
5	0.224
6	0.192
7	0.164
8	0.14
9	0.12
10	0.102
11	0.087

$$z7(\theta1) =$$

	0
0	0.075
1	0.088
2	0.103
3	0.12
4	0.14
5	0.164
6	0.192
7	0.225
8	0.263
9	0.308
10	0.361
11	0.422

$$z8(\theta2) =$$

	0
0	0.422
1	0.361
2	0.308
3	0.263
4	0.225
5	0.192
6	0.164
7	0.141
8	0.12
9	0.103
10	0.088
11	0.075

6 Baukörperanalyse

In der Deformationsanalyse des unter der Last des Erdbebens von Friaul 1976 stehenden Baukörpers⁷ handelt es sich um die Feststellung einer durch Punktgruppen ermittelten Maßzahl zur Kennzeichnung des nach dem Erdbeben entstandenen Baukörperzustandes.

Das System der Punktgruppen besteht aus drei in der Berechnung aufgeführten Verträglichkeitszeichen, in deren Hintergrund die Gradienten- bzw.. Quadrikenberechnungen, die Taylorabbildungen und Drehzeigerzerlegungen stehen.

Hinsichtlich des ersten unter der Gradientenberechnung aufgeführten Verträglichkeitszeichens wird das Hauptstrukturen paar

$$0,084/0,422$$

für k_r und k ermittelt.

Dies wird durch die bei der Wurzelauflösung des Tensors entstandenen Funktion $F(x,y)$ und der daraus als Quadrik in Ellipsoidform abgebildeten Deformation von

$$k = 0,456$$

nicht bestätigt.

Die als drittes Verträglichkeitszeichen aus der körperfesten Deutung entwickelte Taylorabbildung bestätigt gleichfalls die als Ellipsoidüberdeckung abgebildete Deformation von

$$k = 0,456$$

Das bei der Koordinatentransformation durch Basiswechsel entstandene Dilemma wird erst von der polaren Zerlegung des Drehzeigers und nicht von der adäquaten polar multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten aufgelöst. Zum ersten Mal wird die Überlegenheit des durch die "Eulerschen Formeln" für komplexe Funktionen entstandenen Drehzeigers gegenüber der abstrakten linearen Algebra erkennbar.

Denn mit gleichem Tensor bestätigt die polar-multiplikative Zerlegung die isotrope orthogonale Koordinatentransformation, die im Widerspruch zur anisotropen komplexen Drehzeiger- und Quadrikentransformation steht.⁸

⁷s. Tab. S. 21 f.

⁸S. 16-18

Tabelle zur quantitativen Deformationsanalyse von Bauwerken gegen die Erregung des Erdbebens von Friaul 1976 Baukörper- Metrik-und Tensorgrößen der Deformation Datei: Deformationsanalyse 5a			
Legende: kr = Ref.Konfig. k = Mom.Konfig. D = Dämpfung ω = Eig.schw.d. Bw. vg = Eigschw.d. Bod. EZ = Errorzeit		Zone 0,4/04 Einmassen- schwinger	
		D[%]= 2	
		ω [rad]=6,3	
		vg[rad]=8.941	
		EZ[ms]=7.935	
1	Daten	Zone 0,4/04 Einmassenschwinger	
2	Masse M [Ns ² /m]	30400	
3	Max. Einwirkung [g]	0.37	
4	Äquivalente Beschlg. Zeit ta [ms]	160	
5	λ [m/s ²]	39,69	
6	Kinematische Zulässig- keit der Bewegung durch	$F^*F^{-1}=1$	
7	Jacobische Determinante von F	$1,073 \cdot 10^5$	

8	Partikelndistanz durch Taylorreihenabbildung k [mm]	4,56	
9	Partikelndistanz d. Linienelements λF in kr [mm]	0,81	Referenzkonfiguration
10	Partikelndistanz durch Transformation in k [mm]	4,56	Momentankonfiguration

11	Streck- und Verzerrungsgeschwindigkeitstensor D gemäß Euler	$F^T \cdot D \cdot F \cdot F^{-1} \cdot F^{-1} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 56.313 & 0 \\ 0 & 0 & 48.001 \end{pmatrix} \cdot$
12	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor λ' gemäß Lagrange	$F^T \cdot D \cdot F = \begin{pmatrix} 62523.502 & 0 & 0 \\ 0 & 1.786 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 1.106 \times 10^5 \end{pmatrix} \cdot$

13	Geschwindigkeitsgradiententensor L	$F' \cdot F^{-1} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 56.313 & 0 \\ 0 & 0 & 48.001 \end{pmatrix} \cdot$
14	Geschwindigkeit der Abstandspartikel in der k-Konfiguration ds' [m/ms] Metrik	$\det(ds') = 2.192E+5$ $D \cdot F \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 62523.502 \\ 1.786 \times 10^5 \\ 1.106 \times 10^5 \end{pmatrix} \cdot$

2. Deformationsanalyse

7 Spannung, Verzerrungen, Deformationsgradient, Verträglichkeitszeichen 1

Weil jedes Bauwerk für sich genommen im Lösungsverhalten autonome Züge besitzt, werden beide noch anstehenden Bauwerke nach der gleichen wie in der ersten Analyse entwickelten Wirkungsstruktur analysiert. Dadurch ist ohne Abstriche eine getrennte Bearbeitung möglich und die vergleichende Betrachtung der Zusammenhänge gegeben.

In der 2. Analyse bildet der Deformationsgradient des zum Bauwerk entsprechenden Tensors 2. Stufe den Linienelementvektor in der Konfiguration k_r als Eigenwert ab (S. 24). Sein absoluter Wert von $k_r = 0,095$ ist die unverformte und der mit $F^* \lambda F$ abgebildete Wert von $k = 0,557$ die verformte Partikelndistanz. Damit ist, analog zur 1. Analyse, ein erstes Verträglichkeitszeichen gesetzt. Die Glaubwürdigkeit der im Gradienten als partielle Ableitungen ausgedrückten Richtungsfaktoren wird durch den positiven Wert von 1 mit $\det(F)$ und $\det(F^{-1})$ auf der Seite 24 bestätigt.

Der als Kugeloperator definierte Deformationsgradient F (S. 24) hat auf Grund der bei seiner Auflösung entstehenden Wurzelfunktion (S. 25) eine streng imaginäre Struktur zweiter Ordnung, die eine wegen ihrer partiellen Ableitungen nach der Z -Achse räumlich abhebende Quadrik als Ellipsoid entstehen lässt.

Die Tensorfläche ist also ein Ellipsoid, wobei die partiellen Ableitungen $F(x,y)$ als Richtungsfaktoren für die Bewegungen in beiden Richtungen verantwortlich sind. Das geometrisch operative Kunstwerk des deformativen Kugeltensors lässt tief in die isotropen bzw. anisotropen elastisch-plastischen Abläufe blicken. Ich werde bei der Zerlegung von F noch einmal auf die deformativen Bewegungsvorgänge zurückkommen.

8 Die Realität der imaginären Gradientenstruktur, Rissstruktur, Verträglichkeitszeichen 2

Kennzeichnend für das operative Verhalten eines mit drei Variablen ausgestatteten Kugeltensors ist seine imaginäre Lösungsstruktur, die bei hoher kubischer Symmetrie den elliptischen ebenen Überdeckungsfall auslöst. In den Grafiken (S. 25 f.) ist ersichtlich, dass sich das Gitter geometrisch unter dem mit der Masse $M = 40400 \text{ [Ns}^2/\text{m}]$ geführten Antwortmodell in Richtung der Z -Achse abhebt und die Fundamentalvektoren als Partikelndistanz in den Konfigurationen $k_r = 0,095$ und $k = 1,37$ unter einer um 153° gedrehten Bewegung nach beiden Richtungen abbildet (S. 25 f.)

Seite 1

Datei: Quadriken5c

$$39.69x^2 + 67.208y^2 + 53.449z^2 = 1$$

Aufg: Beispiel Spannanalyse Zmax 0,37g
2% 6,3w 8,9413vgmax

$$i := 0..2 \quad j := 0..2 \quad k := 0..2$$

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - 1 = 0$$

$$n := 3$$

$$\text{ORIGIN} := 0$$

$$M := 40400$$

$$\mathbf{F} := \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 67.208 & 0 \\ 0 & 0 & 53.449 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 67.208 & 0 \\ 0 & 0 & 53.449 \end{pmatrix}$$

$$n - \text{rg}(\mathbf{F}) = 0$$

$$\text{rg}(\mathbf{F}) = 3$$

$$\text{sp}(\mathbf{F}) = 160.347$$

$$|\mathbf{F}| = 1.426 \times 10^5$$

$$\Phi \mathbf{F} := \text{eigenvektoren}(\mathbf{F}) \quad \lambda \mathbf{F} := \text{eigenwerte}(\mathbf{F}) \quad \lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 \\ 67.208 \\ 53.449 \end{pmatrix}$$

$$\text{kr} := |\lambda \mathbf{F}|$$

$$\Phi \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|\Phi \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \Phi \mathbf{F}| = 1.426 \times 10^5$$

$$\text{kr} = 94.599$$

$$|\Phi \mathbf{F}| = 1$$

$$\text{kr} := |\lambda \mathbf{F}|$$

$$\text{kr} = 94.599$$

$$k := |\mathbf{F} \cdot \lambda \mathbf{F}|$$

$$k = 5571.837$$

$$\Phi \mathbf{F}^T \cdot \Phi \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi \mathbf{F} \cdot \Phi \mathbf{F}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi \mathbf{F} \cdot \lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 \\ 67.208 \\ 53.449 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M1} := \begin{pmatrix} 39.69 - \lambda F_0 & 0 & 0 \\ 0 & 67.208 - \lambda F_0 & 0 \\ 0 & 0 & 53.449 - \lambda F_0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 27.518 & 0 \\ 0 & 0 & 13.759 \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{M1}| = 0$$

besitzt die Determinante

$$\mathbf{FJ} := \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 67.208 & 0 \\ 0 & 0 & 53.449 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{FJ} := |142574.43355848|$$

$$\mathbf{FJ} = 1.426 \times 10^5$$

durch Matrixinvertierung, ergibt

$$\mathbf{FJ} \cdot \mathbf{FJ}^{-1} = 1$$

$$\mathbf{FJ}^{-1} = 7.014 \times 10^{-6}$$

$$\mathbf{FJ} := \begin{pmatrix} 2.5195263290501385739 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 1.4879181049875014879 \cdot 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1.8709423936836984789 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix}$$

besitzt die Determinante

$$\mathbf{FJ} := 7.0138802241134507784 \cdot 10^{-6}$$

$F(x, y) =$

	0
0	2.117i
1	1.904i
2	1.692i
3	1.479i
4	1.265i
5	1.052i
6	0.837i
7	0.622i
8	0.402i
9	0.162i
10	0.137
11	0.162i
12	0.402i
13	0.622i
14	0.837i
15	1.052i
16	1.265i
17	1.479i
18	1.692i
19	1.904i
20	2.117i

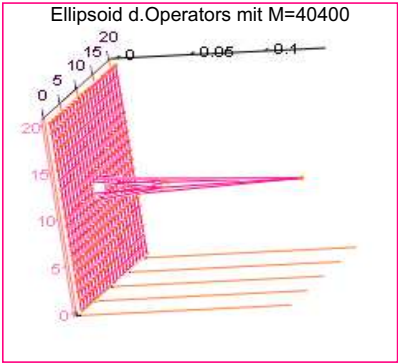
$N := 20 \quad i := 0..N \quad j := 0..N$

$x_i := -1.5 + 0.15 \cdot i \quad y_j := -1.5 + 0.15 \cdot j$

$$F(x, y) := \sqrt{\frac{1}{53.449} - \frac{39.69}{53.449} \cdot x^2 - \frac{67.208}{53.449} \cdot y^2}$$

$$F1(x, y) := -\sqrt{\frac{1}{53.449} - \frac{39.69}{53.449} \cdot x^2 - \frac{67.208}{53.449} \cdot y^2}$$

$M_{i,j} := F(x_i, y_j)$



M

Abb. 2: Berechnung der rechten Hälfte der Quadri k

Legende:
kr = Referenz-Konfiguration
k = aktuelle-Konfiguration
Fe=F-Tensor für den elastischen Anteil
Fp=F-tensor für den plastischen Anteil
V =elastischer Links-Strecktensor
U =plastischer Rechts-Strecktensor

$\theta 2 =$

	0
0	-81.016
1	-72.016
2	-63.016
3	-54.016
4	-45.016
5	-36.016
6	-27.016
7	-18.016
8	-9.016
9	-0.016
10	8.984
11	17.984
12	26.984
13	35.984
14	44.984
15	53.984
16	62.984
17	71.984

$z3(\theta 1) =$

	0
0	0.0948
1	0.1109
2	0.1297
3	0.1518
4	0.1776
5	0.2078
6	0.2432
7	0.2845
8	0.3329
9	0.3896
10	0.4558
11	0.5333
12	0.6241
13	0.7302
14	0.8544
15	0.9997
16	1.1698
17	1.3687

	0
0	2.117i
1	1.904i
2	1.692i
3	1.479i
4	1.265i
5	1.052i
6	0.837i
7	0.622i
8	0.402i
9	0.162i
10	0.137
11	0.162i
12	0.402i
13	0.622i
14	0.837i
15	1.052i
16	1.265i
17	1.479i
18	1.692i
19	1.904i
20	2.117i

$F(x, y) =$

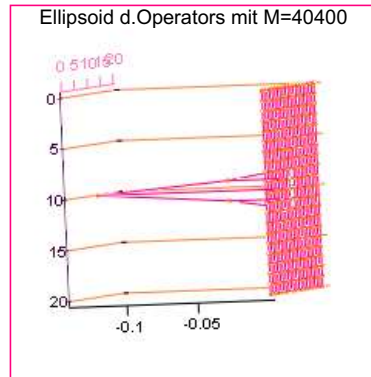
$N := 20 \quad i := 0..N \quad j := 0..N$

$x_i := -1.5 + 0.15 \cdot i \quad y_j := -1.5 + 0.15 \cdot j$

$$F(x, y) := \sqrt{\frac{1}{53.449} - \frac{39.69}{53.449} \cdot x^2 - \frac{67.208}{53.449} \cdot y^2}$$

$$F1(x, y) := -\sqrt{\frac{1}{53.449} - \frac{39.69}{53.449} \cdot x^2 - \frac{67.208}{53.449} \cdot y^2}$$

$M_{i,j} := F1(x_i, y_j)$



M

$\theta_2 =$

	0
0	-81.016
1	-72.016
2	-63.016
3	-54.016
4	-45.016
5	-36.016
6	-27.016
7	-18.016
8	-9.016
9	-0.016
10	8.984
11	17.984
12	26.984
13	35.984
14	44.984
15	53.984
16	62.984
17	71.984

Grad

$z_3(01) =$

	0
0	0.0948
1	0.1109
2	0.1297
3	0.1518
4	0.1776
5	0.2078
6	0.2432
7	0.2845
8	0.3329
9	0.3896
10	0.4558
11	0.5333
12	0.6241
13	0.7302
14	0.8544
15	0.9997
16	1.1698
17	1.3687

Abb. 2 Berechnung der linken Hälfte der Quadrik

Legende:

kr = Referenz-Konfiguration

k = aktuelle-Konfiguration

Fe=F-Tensor für den elastischen Anteil

Fp=F-tensor für den plastischen Anteil

V =elastischer Links-Strecktensor

U =plastischer Rechts-Strecktensor

Mit der im Vergleich zum regulären kubisch tetraedrischen Körper festgestellten Winkelsumme von 240° ist die durch den Gradiententensor ausgelöste Abdeckung des Ellipsoids mit Hilfe einer Winkelbeteiligung von $2 \cdot 153^\circ = 306^\circ$ ein geradezu fundamentaler Hinweis auf die im konstitutiven Charakterbild der Rissstruktur enthaltenen Schadensgefährdung. Ein nicht-regulär aufgebauter Deformationskörper hat an unsteten Flächenelementen eine große Neigung zum Abriss und Spalten.

Mit den im Band 2 unter Abschn. 2.4 aufgeführten Tabellenberechnungen und der hier durch das Charakterbild der Rissstrukturen aufgezeigten Schadensgefährdung besteht ein kongruenter Zusammenhang, der für das vorliegende Tragwerk kein verträgliches Verhalten vorsieht. Hieran wird deutlich, dass dieser dritte Band deshalb einen konfirmatorischen Charakter besitzt.

Zur Winkelsummenberechnung für die elliptische Geometrie bei regulären Körpern:

(m, n) Körperecken als Veränderungsfaktoren in der Summe $> 1/2$

bei $m = 3$ und $n = 3$ ist der Faktor 0,666666

Er überzieht den elliptischen Körper ohne Überschneidungen unter einer Winkelsumme von $2 \cdot \pi \cdot (1/3 + 1/3) = 4,19 \text{ rad} = 240^\circ$ mit regulären Tetraedern, wie oben angeführt.

Die als Ausdruck der Partikelndistanz in k_r und k symbolisierte und auf die berechneten Spannungszustände bezugnehmende Deformation⁹ hat durch die unregelmäßig tetraedisch abgedeckte Rissstruktur der in der imaginären Funktion $F(x,y)$ enthaltenen Quadrik ein zweites Verträglichkeitszeichen für das Tragwerk gesetzt.

Imaginärer Funktionsverlauf und unregelmäßige Quadrikabbildung lassen gemeinsam auf Mannigfaltigkeit im Lösungsverhalten schließen. Deshalb gehe ich davon aus, dass es sich bei der Lösungsstruktur allein aus dem Funktionsverlauf der imaginär partiellen Wurzelfunktion $F(x,y)$ noch nicht um eine konsistente handeln kann.

9 Körperfeste Deutung, Taylorabbildung, Verträglichkeitszeichen 3

Ausgehend von der Vorstellung, dass komplexe Integrale bei ihrer Kreisbewegung einen Zugang auf innere und äußere Strukturen haben wird am Übergang des inneren imaginären zum reellen äußeren Bereich die Lösung zu erwarten sein.

⁹ Abschn. 2.2, Kirk, Walter, a.a.O., Band 2

Eine Unterstützung erfährt die Vorstellung durch die unterschiedlichen Ergebnisse der auf den Seiten 24 und 25 für den k -Bereich ausgewiesenen direkten und indirekten Lösungen der Partikelndistanzen von $k = 0.557$ und $k = 1.37$.

Durch die von der körperfesten Deutung ausgehende Taylorabbildung (S. 30 -32) wird der durch die Drehstreckung ausgelöste Deformationsvorgang jetzt für beide Verträglichkeitswerte zwei und drei von $k = 1.37$ bestätigt; daraus ist die Nichtorthogonalität der Ellipsoidabdeckung ersichtlich, die im Gegensatz zu der Orthogonalität der vom Gradienten in jeder Raumrichtung ausgehenden Vektorzuordnung steht und hier den absoluten Wert der Partikelndistanz von $k = 0.557$ ausmacht.

Der Wert steht im Gegensatz zu den Verträglichkeiten zwei und drei (S. 24).

10 Drehzeiger für polare-multiplikative Zerlegung, Beseitigung der Ungereimtheiten

Es konnte bisher nachgewiesen werden, dass sich die im Newmarkschen Spektrum abgebildeten Wirkstrukturen „Spannungen“¹⁰ und die mit unregelmäßigen Flächen abgedeckte Quadrikoberfläche „Deformationen“ entsprechen. Beide durch die Erdbebenlast ausgelösten Vorgänge gleichen sich in der Analyse durch kongruente Tensoren, d.h. es werden zeitliche Änderungen der Spannungen und der Verzerrungen durch das Deformationsgesetz miteinander verknüpft.

Um das zu zeigen und den Bewegungsmechanismus anschaulich zu demonstrieren wird zuerst versucht den Deformationsgradient polar-multiplikativ in einen elastischen Anteil F_e und einen plastischen Anteil F_p zu zerlegen in¹¹

$$F = F_e * F_p$$

um die Partikelndistanz dieses Tensors in k zu bestimmen.

Denn die multiplikative Zerlegung bedeutet, dass das materielle Linienelement λF in k_r zuerst über F_p in eine Zwischenkonfiguration k_z und anschließend mit F_e nach k transformiert wird, d.h. die Gleichung nimmt einen konstitutiven Charakter ein.

Hierdurch wird die Entkopplung der kinematischen Mechanismen der elastischen und der plastischen Deformation festgeschrieben. Sie lautet

$$F_p = R_p * U \quad \text{und} \quad F_e = V * R_e$$

Da das Produkt $F_e * F_p$ gleich $F * \lambda F$ ist, ergibt sich die Partikelndistanz in k zu

$$0,557$$

die die Ungereimtheiten bestehen lässt (S. 34).

¹⁰Kirk, Walter, a.a.O., Band 2

¹¹s. Legende S. 26

Wie schon in Abschn. 9 angedeutet, sind die Ausdruck einer durch die Abbildungen verursachten unterschiedlichen Koordinatentransformation. Die richtige Zuordnung der Konfigurationswerte gelang mit Hilfe der Taylorabbildung durch die Drehzeigerfunktionen (S. 33-35). Die Tabellenwerte der Seite 35 belegen die richtige Zuordnung und stehen im Zusammenhang mit den grafisch aufgeführten Funktionen auf den Seiten 33 und 34, die den rechten und linken Ablauf der Ellipsoidabdeckung widerspiegeln.

Erst aus beiden grafischen Darstellungen sind die mit den Zeichen 2 und 3 gekennzeichneten Hauptstrukturwerte 0,095/1.37 als richtige Lösung zu erkennen, weil die Grafik auf der Seite 33 den vom Tensor ermittelten k_r -Wert 0,095 und den von der Taylorberechnung und dem Drehzeiger richtig koordinierten k -Wert 1.37 wiedergibt

Die sich unter dem Zeichen 1 ergebenden Hauptstrukturwerte 0,099/0,557 stehen für eine Substrukturbildung, die die Ellipsoidoberfläche nicht-regulär mit isotropem Hauptachsenstandard abzudecken versucht.

$$F(x, y) := \sqrt{\frac{1}{53.449} - \frac{39.69}{53.449} \cdot x^2 - \frac{67.208}{53.449} \cdot y^2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{53.449} - \frac{39.69}{53.449} \cdot x^2 - \frac{67.208}{53.449} \cdot y^2}$$

konvertiert in die Reihe

$$\left[\left(1.8709423936836984789 \cdot 10^{-2} - 1.2574229639469400737 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \dots$$

$$+ \frac{-0.37128851802652996314}{\left(1.8709423936836984789 \cdot 10^{-2} - 1.2574229639469400737 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \cdot x^2$$

$$g1(x, y) := \left(1.8709423936836984789 \cdot 10^{-2} - 1.2574229639469400737 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}$$

$$g2(x, y) := \left[\left(1.8709423936836984789 \cdot 10^{-2} - 1.2574229639469400737 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \dots$$

$$+ \frac{-0.37128851802652996314}{\left(1.8709423936836984789 \cdot 10^{-2} - 1.2574229639469400737 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}}$$

$F(x, y) =$

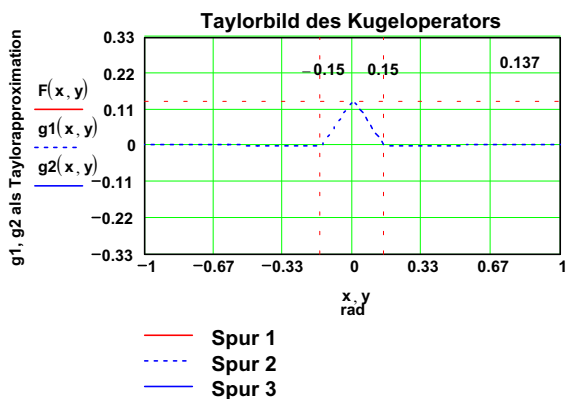
	0
0	2.117i
1	1.904i
2	1.692i
3	1.479i
4	1.265i
5	1.052i
6	0.837i
7	0.622i
8	0.402i
9	0.162i
10	0.137
11	0.162i
12	0.402i
13	0.622i
14	0.837i
15	1.052i
16	1.265i
17	1.479i
18	1.692i
19	1.904i
20	2.117i

 $g_1(x, y) =$

	0
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0.137
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0

 $g_2(x, y) =$

	0
0	$6.617 \cdot 10^{-15}$
1	$1.022 \cdot 10^{-15}$
2	$4.53 \cdot 10^{-15}$
3	$1.185 \cdot 10^{-15}$
4	$1.064 \cdot 10^{-15}$
5	$1.307 \cdot 10^{-15}$
6	$1.205 \cdot 10^{-15}$
7	$1.248 \cdot 10^{-16}$
8	$1.973 \cdot 10^{-16}$
9	$1.194 \cdot 10^{-16}$
10	-2.578
11	$1.194 \cdot 10^{-16}$
12	$1.973 \cdot 10^{-16}$
13	$1.248 \cdot 10^{-16}$
14	$1.205 \cdot 10^{-15}$
15	$1.307 \cdot 10^{-15}$
16	$1.064 \cdot 10^{-15}$
17	$1.185 \cdot 10^{-15}$
18	$4.53 \cdot 10^{-15}$
19	$1.022 \cdot 10^{-15}$
20	$6.617 \cdot 10^{-15}$


 $F(x, y) =$

	0
0	2.117i
1	1.904i
2	1.692i
3	1.479i
4	1.265i
5	1.052i
6	0.837i
7	0.622i
8	0.402i
9	0.162i
10	0.137
11	0.162i
12	0.402i
13	0.622i
14	0.837i
15	1.052i
16	1.265i
17	1.479i
18	1.692i
19	1.904i
20	2.117i

 $\theta_1 =$

	0
0	-1.257
1	-1.1
2	-0.943
3	-0.786
4	-0.629
5	-0.472
6	-0.315
7	-0.157
8	-0
9	0.157
10	0.314
11	0.471
12	0.628
13	0.785
14	0.942
15	1.099
16	1.256
17	1.413

rad

 $\theta_2 =$

	0
0	-81.016
1	-72.016
2	-63.016
3	-54.016
4	-45.016
5	-36.016
6	-27.016
7	-18.016
8	-9.016
9	-0.016
10	8.984
11	17.984
12	26.984
13	35.984
14	44.984
15	53.984
16	62.984
17	71.984

Grad

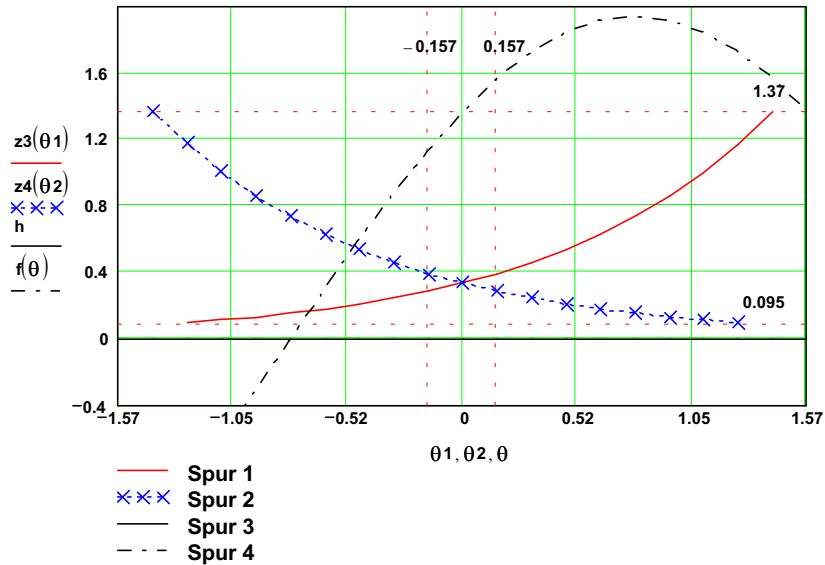
 $z_3(\theta_1) =$

	0
0	0.0948
1	0.1109
2	0.1297
3	0.1518
4	0.1776
5	0.2078
6	0.2432
7	0.2845
8	0.3329
9	0.3896
10	0.4558
11	0.5333
12	0.6241
13	0.7302
14	0.8544
15	0.9997
16	1.1698
17	1.3687

 $z_4(\theta_2) =$

	0
0	1.37
1	1.171
2	1
3	0.855
4	0.731
5	0.624
6	0.534
7	0.456
8	0.39
9	0.333
10	0.285
11	0.243
12	0.208
13	0.178
14	0.152
15	0.13
16	0.111
17	0.095

Polare Zerlegung des F-Tensors
 $F = V \cdot Re \cdot R \cdot (R^{-1} \cdot Rp \cdot U) = V \cdot Re \cdot (R \cdot R^{-1}) \cdot Rp \cdot U$
 erweiterte Gleichung um die beliebigen Drehungen ($Re \cdot R$
 und $R \cdot t \cdot Rp$). $Fe \cdot Fp = V \cdot Re \cdot Rp \cdot U = F$



$$|Fe \cdot \lambda F| = 5571.837$$

$$d = 5571.176$$

$$kr = 94.599$$

$$\text{taylor: } g1(0, 0) = 0.137$$

$$Fe \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 4516.915 \\ 2856.796 \end{pmatrix}$$

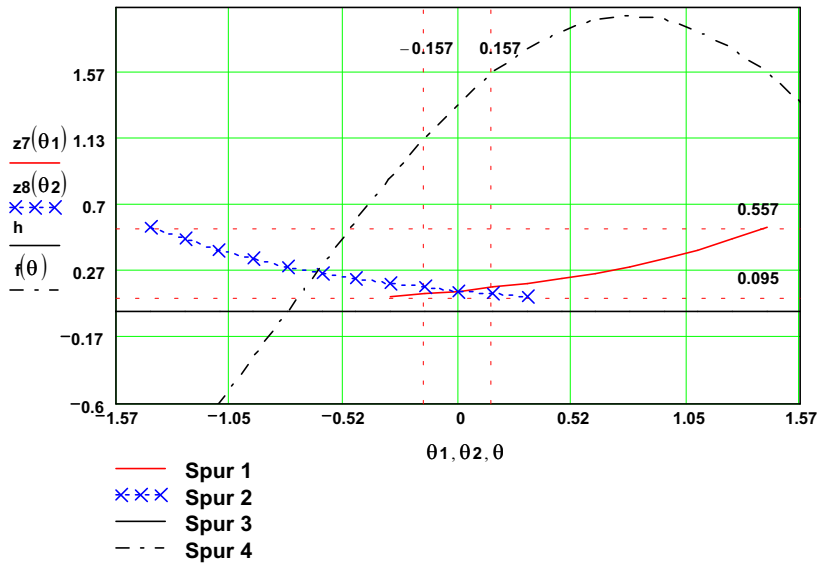
$$Fp \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 4516.915 \\ 2856.796 \end{pmatrix}$$

$$Fp \cdot Fe = \begin{pmatrix} 1575.296 & 0 & 0 \\ 0 & 4516.915 & 0 \\ 0 & 0 & 2856.796 \end{pmatrix}$$

Polare Zerlegung des F-Tensors

$$F = V \cdot Re \cdot R \cdot (R^{-1} \cdot Rp \cdot U) = V \cdot Re \cdot (R \cdot R^{-1}) \cdot Rp \cdot U$$

erweiterte Gleichung um die beliebigen Drehungen ($Re \cdot R$)
und $R \cdot t \cdot Rp$). $Fe \cdot Fp = V \cdot Re \cdot Rp \cdot U = F$



$$|Fe \cdot \lambda F| = 5571.837$$

$$d = 5571.176$$

$$kr = 94.599$$

$$\text{taylor: } g1(0, 0) = 0.137$$

$$Fe \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 4516.915 \\ 2856.796 \end{pmatrix}$$

$$Fp \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 4516.915 \\ 2856.796 \end{pmatrix}$$

$$Fp \cdot Fe = \begin{pmatrix} 1575.296 & 0 & 0 \\ 0 & 4516.915 & 0 \\ 0 & 0 & 2856.796 \end{pmatrix}$$

Legende:

kr = Referenz-Konfiguration

k = aktuelle-Konfiguration

Fe=F-Tensor für den elastischen Anteil

Fp=F-tensor für den plastischen Anteil

V =elastischer Links-Strecktensor

U =plastischer Rechts-Strecktensor

$$z4(\theta_2) := r \cdot e^{-(\theta_2)} \cdot 0.2431$$

$$z3(\theta_1) := r \cdot e^{(\theta_1)} \cdot 0.2431$$

$$|\text{Fe} \cdot \lambda F| = 5571.837$$

$$kr = 94.599$$

$$\text{taylor: } g1(0, 0) = 0.137$$

$$f(\theta) =$$

	0
0	-1.37
1	-1.567
2	-1.726
3	-1.843
4	-1.914
5	-1.937
6	-1.914
7	-1.843
8	-1.726
9	-1.567
10	-1.37
11	-1.139
12	-0.88
13	-0.599
14	-0.303
15	0
16	0.303
17	0.599
18	0.88
19	1.139
20	1.37

$$f(\theta_3) =$$

	0
0	-0.88
1	-0.599
2	-0.304
3	-0.001
4	0.302
5	0.598
6	0.879
7	1.138
8	1.37
9	1.567
10	1.726
11	1.842
12	1.914
13	1.937
14	1.914
15	1.843
16	1.727
17	1.568

$$r \cdot e^{i \cdot \theta_3} =$$

	0
0	0.423-1.303i
1	0.622-1.221i
2	0.805-1.109i
3	0.968-0.969i
4	1.108-0.806i
5	1.22-0.622i
6	1.303-0.424i
7	1.353-0.215i
8	1.37-0i
9	1.353+0.214i
10	1.303+0.423i
11	1.221+0.622i
12	1.109+0.805i
13	0.969+0.968i
14	0.806+1.108i
15	0.622+1.22i
16	0.424+1.303i
17	0.215+1.353i

$$z3(\theta_3) =$$

	0
0	0.095
1	0.111
2	0.13
3	0.152
4	0.178
5	0.208
6	0.243
7	0.285
8	0.333
9	0.39
10	0.456
11	0.533
12	0.624
13	0.73
14	0.854
15	1
16	1.17
17	1.369

$$z4(\theta_4) =$$

	0
0	1.37
1	1.171
2	1
3	0.855
4	0.731
5	0.624
6	0.534
7	0.456
8	0.39
9	0.333
10	0.285
11	0.243
12	0.208
13	0.178
14	0.152
15	0.13
16	0.111
17	0.095

$$z7(\theta_1) := r \cdot e^{(\theta_1)} \cdot 0.0988$$

$$z8(\theta_2) := r \cdot e^{-(\theta_2)} \cdot 0.0988$$

$$f(\theta_1) =$$

	0
0	0.88
1	1.139
2	1.37
3	1.568
4	1.726
5	1.843
6	1.914
7	1.937
8	1.914
9	1.843
10	1.726
11	1.567

$$\theta_1 =$$

	0
0	-0.314
1	-0.157
2	0
3	0.157
4	0.314
5	0.471
6	0.628
7	0.786
8	0.943
9	1.1
10	1.257
11	1.414

$$\text{rad}$$

$$\theta_2 =$$

	0
0	-81.016
1	-72.016
2	-63.016
3	-54.016
4	-45.016
5	-36.016
6	-27.016
7	-18.016
8	-9.016
9	-0.016
10	8.984
11	17.984

$$\text{Grad}$$

$$z7(\theta_1) =$$

	0
0	0.0989
1	0.1157
2	0.1354
3	0.1584
4	0.1853
5	0.2169
6	0.2538
7	0.2969
8	0.3474
9	0.4065
10	0.4757
11	0.5566

$$z8(\theta_2) =$$

	0
0	0.557
1	0.476
2	0.407
3	0.347
4	0.297
5	0.254
6	0.217
7	0.185
8	0.158
9	0.135
10	0.116
11	0.099

11 Baukörperanalyse

In der Deformationsanalyse des unter der Last des Erdbebens von Friaul 1976 stehenden Baukörpers¹² handelt es sich um die Feststellung einer durch Punktgruppen ermittelten Maßzahl zur Kennzeichnung des nach dem Erdbeben entstandenen Baukörperzustandes.

Das System der Punktgruppen besteht aus drei in der Berechnung aufgeführten Verträglichkeitszeichen, in deren Hintergrund die Gradienten- bzw. Quadrikenberechnungen, die Taylorabbildungen und Drehzeigerzerlegungen stehen.

Hinsichtlich des ersten unter der Gradientenberechnung aufgeführten Verträglichkeitszeichens wird das Hauptstrukturenpaar

$$0,099/0,557$$

für k_r und k ermittelt.

Dies wird durch die bei der Wurzelauflösung des Tensors entstandenen Funktion $F(x,y)$ und der daraus als Quadrik in Ellipsoidform abgebildeten Deformation von

$$k = 1.37$$

nicht bestätigt.

Die als drittes Verträglichkeitszeichen aus der körperfesten Deutung entwickelte Taylorabbildung bestätigt gleichfalls die als Ellipsoidüberdeckung abgebildete Deformation von

$$k = 1.37$$

Das bei der Koordinatentransformation durch Basiswechsel entstandene Dilemma wird erst von der polaren Zerlegung des Drehzeigers und nicht von der adäquaten polar multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten aufgelöst. Zum ersten Mal wird die Überlegenheit des durch die "Eulerschen Formeln" für komplexe Funktionen entstandenen Drehzeigers gegenüber der abstrakten linearen Algebra erkennbar.

Denn mit gleichem Tensor bestätigt die polar-multiplikative Zerlegung die isotrope orthogonale Koordinatentransformation, die im Widerspruch zur anisotropen komplexen Drehzeiger- und Quadrikentransformation steht (S. 32 - 34).

¹² s. Tab. S. 37 f.

Tabelle			
zur quantitativen Deformationsanalyse von Bauwerken gegen die Erregung des Erdbebens von Friaul 1976			
Baukörper- Metrik- und Tensorgrößen der Deformation			
Datei: Deformationsanalyse		zu Quadriken 5c	
Legende: kr =Ref.Konfig.		Zone 0,4/04 Einmassen- schwinger	
k =Mo.Konfig. D =Dämpfung		D[%]= 2	
ω =Eig.schw.d. Bw		ω [rad]=6,3	
vg=Eig.schw. d. Bo. EZ=Errorzeit		vg[rad]=8.941	
		EZ[ms]=7,935	
1	Daten	Zone 0,4/04 Einmassenschwinger	
2	Masse M [Ns ² /m]	40400	
3	Max. Einwirkung [g]	0.37	
4	Äquivalente Beschlg. Zeit ta [ms]	160	
5	λ [m/s ²]	39,69	

6	Kinematische Zulässigkeit der Bewegung durch	$F^*F^{-1}=1$	
7	Jacobische Determinante von F	$1,426 \cdot 10^5$	
8	Partikelndistanz durch Taylorreihenabbildung [mm]	13,7	
9	Partikelndistanz d. Linienelements λF in kr [mm]	0.95	
10	Partikelndistanz durch Transformation in k [mm]	13.7	-
11	Streck- und Verzerrungsgeschwindigkeitstensor D gemäß Euler	$(F^{-1})^T \cdot (F^T \cdot D \cdot F) \cdot F^{-1} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 67.208 & 0 \\ 0 & 0 & 53.449 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$	
12	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor λ' gemäß Lagrange	$F^T \cdot D \cdot F = \begin{pmatrix} 62523.502 & 0 & 0 \\ 0 & 3.036 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 1.527 \times 10^5 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$	
13	Geschwindigkeitsgradiententensor L	$F' \cdot F^{-1} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 67.208 & 0 \\ 0 & 0 & 53.449 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$	
14	Geschwindigkeit der Abstandspartikel in der k-Konfiguration ds' [m/ms] Metrik	$\det(ds') = 3,455 \cdot 10^5$ $D \cdot F \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 62523.502 \\ 3.036 \times 10^5 \\ 1.527 \times 10^5 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$	

3. Deformationsanalyse

12 Spannungen, Verzerrungen, Deformationsgradient, Verträglichkeitszeichen 1

Weil jedes Bauwerk für sich genommen im Lösungsverhalten autonome Züge besitzt wird das noch anstehende Bauwerke nach der gleichen wie in der ersten Analyse entwickelten Wirkungsstruktur analysiert. Dadurch ist ohne Abstriche eine getrennte Bearbeitung möglich und die vergleichende Betrachtung der Zusammenhänge gegeben.

In der 3 Analyse bildet der Deformationsgradient des zum Bauwerk entsprechenden Tensors 2. Stufe den Linienelementvektor in der Konfiguration k_r als Eigenwert ab (S. 40). Sein absoluter Wert von $k_r = 0,064$ ist die unverformte und der mit $F^* \lambda F$ abgebildete Wert von $k = 0,243$ die verformte Partikelndistanz. Damit ist, analog zur 2. Analyse, ein erstes Verträglichkeitszeichen gesetzt. Die Glaubwürdigkeit der im Gradienten als partielle Ableitungen ausgedrückten Richtungsfaktoren wird durch den positiven Wert von 1 mit $\det(F)$ und $\det(F^{-1})$ auf der Seite 40 bestätigt.

Der als Kugelooperator definierte Deformationsgradient F (S. 40) hat auf Grund der bei seiner Auflösung entstehenden Wurzelfunktion (S. 41) eine streng imaginäre Struktur zweiter Ordnung, die eine wegen ihrer partiellen Ableitungen nach der Z-Achse räumlich abhebende Quadrik als Ellipsoid entstehen lässt.

Die Tensorfläche ist also ein Ellipsoid, wobei die partiellen Ableitungen $F(x,y)$ als Richtungsfaktoren für die Bewegungen in beiden Richtungen verantwortlich sind. Das geometrisch operative Kunstwerk des deformativen Kugeltensors lässt tief in die isotropen bzw. anisotropen elastisch-plastischen Abläufe blicken. Ich werde bei der Zerlegung von F noch einmal auf die deformativen Bewegungsvorgänge zurückkommen.

13 Die Realität der imaginären Gradientenstruktur, Rissstruktur, Verträglichkeitszeichen 2

Kennzeichnend für das operative Verhalten eines mit drei Variablen ausgestatteten Kugeltensors ist seine imaginäre Lösungsstruktur, die bei hoher kubischer Symmetrie den elliptischen ebenen Überdeckungsfall auslöst. In den Grafiken (S. 41 f.) ist ersichtlich, dass sich das Gitter geometrisch unter dem mit der Masse $M = 20400 \text{ [Ns}^2/\text{m}]$ geführten Antwortmodell in Richtung der Z-Achse abhebt und die Fundamentalvektoren als Partikelndistanz in den Konfigurationen $k_r = 0,064$ und $k = 0,164$ unter einer um 54° gedrehten Bewegung nach beiden Richtungen abbildet (S. 41).

$$39.69x^2 + 34.863y^2 + 37.276z^2 = 1$$

$$i := 0..2 \quad j := 0..2 \quad k := 0..2$$

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - 1 = 0$$

$$n := 3$$

$$\text{ORIGIN} := 0$$

$$M := 20400$$

$$\mathbf{F} := \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 34.863 & 0 \\ 0 & 0 & 37.276 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 34.863 & 0 \\ 0 & 0 & 37.276 \end{pmatrix}$$

$$n - \text{rg}(\mathbf{F}) = 0$$

$$\text{rg}(\mathbf{F}) = 3$$

$$\text{sp}(\mathbf{F}) = 111.829$$

$$|\mathbf{F}| = 51579.266$$

$$39.69 + 39.113 = 78.803$$

$$\lambda \mathbf{F} := \text{eigenwerte}(\mathbf{F}) \quad \lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 \\ 34.863 \\ 37.276 \end{pmatrix}$$

$$\Phi \mathbf{F} := \text{eigenvektoren}(\mathbf{F})$$

$$|\Phi \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \Phi \mathbf{F}| = 51579.266$$

$$\frac{78.803}{2} = 39.401$$

$$\sum \lambda \mathbf{F} = 111.829 \quad \Phi \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{kr} := |\lambda \mathbf{F}|$$

$$\text{kr} = 64.655$$

$$|\Phi \mathbf{F}| = 1$$

$$\mathbf{k} := |\mathbf{F} \cdot \lambda \mathbf{F}|$$

$$\mathbf{k} = 2426.837$$

$$\Phi \mathbf{F}^T \cdot \Phi \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

nicht δ bei
 $\det \Phi \mathbf{F} = 0$

$$\Phi \mathbf{F} \cdot \Phi \mathbf{F}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi \mathbf{F} \cdot \lambda \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 39.69 \\ 34.863 \\ 37.276 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M1} := \begin{pmatrix} 39.69 - \lambda \mathbf{F}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 34.863 - \lambda \mathbf{F}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 37.276 - \lambda \mathbf{F}_0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4.827 & 0 \\ 0 & 0 & -2.414 \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{M1}| = 0$$

Überprüfung der kinematischen
Verträglichkeit durch $\mathbf{FJ} \cdot \mathbf{FJ}^T = 1$

besitzt die Determinante

$$\mathbf{FJ} := \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 34.863 & 0 \\ 0 & 0 & 37.276 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{FJ} := 51579.26603172$$

$$\mathbf{FJ} = 51579.266$$

durch Matrixinvertierung, ergibt

$$\mathbf{FJ} \cdot \mathbf{FJ}^{-1} = 1$$

$$\mathbf{FJ}^{-1} = 1.939 \times 10^{-5}$$

$$\mathbf{FJ} := \begin{pmatrix} 2.5195263290501385739 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 2.8683704787310329002 \cdot 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 2.6826912758879708123 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix}$$

besitzt die Determinante $\mathbf{FJ} := 1.9387635322011449476 \cdot 10^{-5}$

$$N := 20 \quad i := 0 \dots N \quad j := 0 \dots N$$

$$x_i := -1.5 + 0.15 \cdot i \quad y_j := -1.5 + 0.15 \cdot j$$

$$F(x, y) := \sqrt{\frac{1}{37.276} - \frac{39.69}{37.276} \cdot x^2 - \frac{34.863}{37.276} \cdot y^2}$$

$$F1(x, y) := -\sqrt{\frac{1}{37.276} - \frac{39.69}{37.276} \cdot x^2 - \frac{34.863}{37.276} \cdot y^2}$$

$$M_{i,j} := F(x_i, y_j)$$

$F(x, y) =$

	0
0	2.115i
1	1.902i
2	1.689i
3	1.476i
4	1.262i
5	1.048i
6	0.833i
7	0.615i
8	0.391i
9	0.135i
10	0.164
11	0.135i
12	0.391i
13	0.615i
14	0.833i
15	1.048i
16	1.262i
17	1.476i
18	1.689i
19	1.902i
20	2.115i

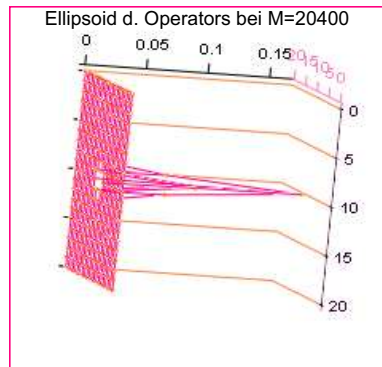
$\theta_2 =$

	0
0	-54.03
1	-45.03
2	-36.03
3	-27.03
4	-18.03
5	-9.03
6	-0.03

Grad

$z_3(\theta_1) =$

	0
2	0.064
3	0.075
4	0.088
5	0.102
6	0.12
7	0.14
8	0.164



M

Abb. 3: Berechnung der rechten Hälfte der Quadrik

Legende:

kr = Referenz-Konfiguration

k = aktuelle-Konfiguration

Fe=F-Tensor für den elastischen Anteil

Fp=F-tensor für den plastischen Anteil

V =elastischer Links-Strecktensor

U =plastischer Rechts-Strecktensor

$N := 20$ $i := 0..N$ $j := 0..N$

$x_i := -1.5 + 0.15i$ $y_j := -1.5 + 0.15j$

$$F(x, y) := \sqrt{\frac{1}{37.276} - \frac{39.69}{37.276} \cdot x^2 - \frac{34.863}{37.276} \cdot y^2}$$

$$F1(x, y) := -\sqrt{\frac{1}{37.276} - \frac{39.69}{37.276} \cdot x^2 - \frac{34.863}{37.276} \cdot y^2}$$

$$M_{i,j} := F(x_i, y_j)$$

$F(x, y) =$

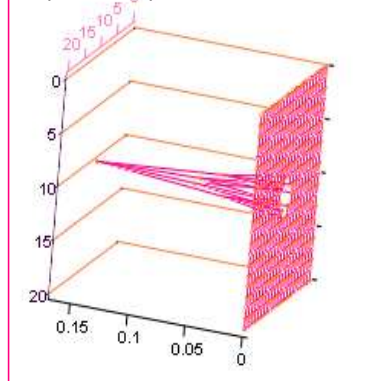
	0
0	2.115i
1	1.902i
2	1.689i
3	1.476i
4	1.262i
5	1.048i
6	0.833i
7	0.615i
8	0.391i
9	0.135i
10	0.164
11	0.135i
12	0.391i
13	0.615i
14	0.833i
15	1.048i
16	1.262i
17	1.476i
18	1.689i
19	1.902i
20	2.115i

$\theta_2 =$

	0
0	-54.03
1	-45.03
2	-36.03
3	-27.03
4	-18.03
5	-9.03
6	-0.03

Grad

Ellipsoid d. Operators bei M=20400



$z_3(\theta_1) =$

	0
2	0.064
3	0.075
4	0.088
5	0.102
6	0.12
7	0.14
8	0.164

M

Abb. 3 Berechnung der linken Hälfte der Quadrik

Legende:

kr = Referenz-Konfiguration

k = aktuelle-Konfiguration

Fe=F-Tensor für den elastischen Anteil

Fp=F-tensor für den plastischen Anteil

V =elastischer Links-Strecktensor

U =plastischer Rechts-Strecktensor

Mit der im Vergleich zum regulären kubisch tetraedrischen Körper festgestellten Winkelsumme von 240° ist die durch den Gradiententensor ausgelöste Abdeckung des Ellipsoids mit Hilfe einer Winkelbeteiligung von $2 \cdot 54^\circ = 108^\circ$ jetzt ein geradezu fundamentaler Hinweis auf die im konstitutiven Charakterbild der Rissstruktur enthaltenen geringen Schadensgefährdung.

Mit den im Band 2 unter Abschn. 2.4 aufgeführten Tabellenberechnungen und der hier durch das Charakterbild der Rissstrukturen aufgezeigten Schadensgefährdung besteht ein kongruenter Zusammenhang, der für das vorliegende Tragwerk ein verträgliches Verhalten vorsieht. Hieran wird deutlich, dass dieser dritte Band deshalb einen konfirmatorischen Charakter besitzt.

Zur Winkelsummenberechnung für die elliptische Geometrie bei regulären Körpern:

(m, n) Körperecken als Veränderungsfaktoren in der Summe $> 1/2$

bei $m = 3$ und $n = 3$ ist der Faktor 0,666666

Er überzieht den elliptischen Körper ohne Überschneidungen unter einer Winkelsumme von $2\pi \cdot (1/3 + 1/3) = 4,19 \text{ rad} = 240^\circ$ mit regulären Tetraedern, wie oben angeführt.

Die als Ausdruck der Partikelndistanz in kr und k symbolisierte und auf die berechneten Spannungszustände bezugnehmende Deformation¹³ hat durch die gering unregelmäßig tetraedisch abgedeckte Rissstruktur der in der imaginären Funktion $F(x,y)$ enthaltenen Quadrik ein zweites Verträglichkeitszeichen für das Tragwerk gesetzt.

Imaginärer Funktionsverlauf und geringe unregelmäßige Quadrikabbildung lassen gemeinsam auf Mannigfaltigkeit im Lösungsverhalten schließen. Deshalb gehe ich davon aus, dass es sich bei der Lösungsstruktur allein aus dem Funktionsverlauf der imaginär partiellen Wurzelfunktion $F(x,y)$ noch nicht um eine konsistente handeln kann.

14 Körperfeste Deutung, Taylorabbildung, Verträglichkeitszeichen 3

Ausgehend von der Vorstellung, dass komplexe Integrale bei ihrer Kreisbewegung einen Zugang auf innere und äußere Strukturen haben, wird am Übergang des inneren imaginären zum reellen äußeren Bereich die Lösung zu erwarten sein.

Eine Unterstützung erfährt die Vorstellung durch die unterschiedlichen Ergebnisse der auf

¹³ Abschn. 2.2, Kirk, Walter, a.a.O, Band 2

den Seiten 40 und 41 für den k-Bereich ausgewiesenen direkten und indirekten Lösungen der Partikelndistanzen von $k = 0.243$ und $k = 0.164$.

Durch die von der körperfesten Deutung ausgehende Taylorabbildung (S. 48 f.) wird der durch die Drehstreckung ausgelöste Deformationsvorgang jetzt für beide Verträglichkeitswerte zwei und drei von $k = 0.164$ bestätigt; daraus ist die Nichtorthogonalität der Ellipsoidabdeckung ersichtlich, die im Gegensatz zu der Orthogonalität der vom Gradienten in jeder Raumrichtung ausgehenden Vektorzuordnung steht und hier den absoluten Wert der Partikelndistanz von $k = 0.243$ ausmacht.

Der Wert steht im Gegensatz zu den Verträglichkeiten zwei und drei (S. 40).

15 Drehzeiger für polare-multiplikative Zerlegung, Beseitigung der Ungereimtheiten

Es konnte bisher nachgewiesen werden, dass sich die im Newmarkschen Spektrum abgebildeten Wirkstrukturen „Spannungen“¹⁴ und die mit unregelmäßigen Flächen abgedeckte Quadrikoberfläche „Deformationen“ entsprechen. Beide durch die Erdbebenlast ausgelösten Vorgänge gleichen sich in der Analyse durch kongruente Tensoren, d.h. es werden zeitliche Änderungen der Spannungen und der Verzerrungen durch das Deformationsgesetz miteinander verknüpft.

Um das zu zeigen und den Bewegungsmechanismus anschaulich zu demonstrieren wird zuerst versucht, den Deformationsgradient polar-multiplikativ in einen elastischen Anteil F_e und einen plastischen Anteil F_p zu zerlegen in¹⁵

$$F = F_e * F_p$$

um die Partikelndistanz dieses Tensors in k zu bestimmen.

Denn die multiplikative Zerlegung bedeutet, dass das materielle Linienelement λF in k_r zuerst über F_p in eine Zwischenkonfiguration k_z und anschließend mit F_e nach k transformiert wird, d. h., dass die Gleichung einen konstitutiven Charakter einnimmt.

Hierdurch wird die Entkopplung der kinematischen Mechanismen der elastischen und der plastischen Deformation festgeschrieben. Sie lautet

$$F_p = R_p * U \quad \text{und} \quad F_e = V * R_e$$

Da das Produkt $F_e * F_p$ gleich $F * \lambda F$ ist, ergibt sich die Partikelndistanz in k zu
 $0,243$

die die Ungereimtheiten bestehen lässt (S. 50).

¹⁴ Kirk, Walter, a.a.O., Band 2

¹⁵ s. Legende S. 42

Wie schon in Abschn. 14 angedeutet, sind sie Ausdruck einer durch die Abbildungen verursachten unterschiedlichen Koordinatentransformation. Die richtige Zuordnung der Konfigurationswerte gelang mit Hilfe der Taylorabbildung durch die Drehzeigerfunktionen (S. 49-51). Die Tabellenwerte der Seite 51 belegen die richtige Zuordnung und stehen im Zusammenhang mit den grafisch aufgeführten Funktionen auf den Seiten 41 und 42, die den rechten und linken Ablauf der Ellipsoidabdeckung widerspiegeln.

Erst aus beiden grafischen Darstellungen sind die mit den Zeichen 2 und 3 gekennzeichneten Hauptstrukturwerte 0,064/0,164 als richtige Lösung zu erkennen, weil die Grafik auf der Seite 49 den vom Tensor ermittelten k_r -Wert 0,064 und den von der Taylorberechnung und dem Drehzeiger richtig koordinierten k -Wert 0,164 wiedergibt

Die sich unter dem Zeichen 1 ergebenden Hauptstrukturwerte 0,095/0,243 stehen für eine Substrukturbildung, die die Ellipsoidoberfläche nicht-regulär mit isotropem Hauptachsenstandard abzudecken versucht.

$$F(x, y) := \sqrt{\frac{1}{37.276} - \frac{39.69}{37.276} \cdot x^2 - \frac{34.863}{37.276} \cdot y^2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{37.276} - \frac{39.69}{37.276} \cdot x^2 - \frac{34.863}{37.276} \cdot y^2}$$

konvertiert in die Reihe

$$\begin{aligned} & \left[\left(2.6826912758879708123 \cdot 10^{-2} - .93526665951282326430 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \dots \\ & + \frac{- .53238008369996780770}{\left(2.6826912758879708123 \cdot 10^{-2} - .93526665951282326430 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \cdot x^2 \end{aligned}$$

$$g1(x, y) := \left[\left(2.6826912758879708123 \cdot 10^{-2} - .93526665951282326430 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right]$$

$$\begin{aligned} g2(x, y) := & \left[\left(2.6826912758879708123 \cdot 10^{-2} - .93526665951282326430 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \dots \\ & + \frac{- .53238008369996780770}{\left(2.6826912758879708123 \cdot 10^{-2} - .93526665951282326430 \cdot y^2 \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \end{aligned}$$

$F(x, y) =$

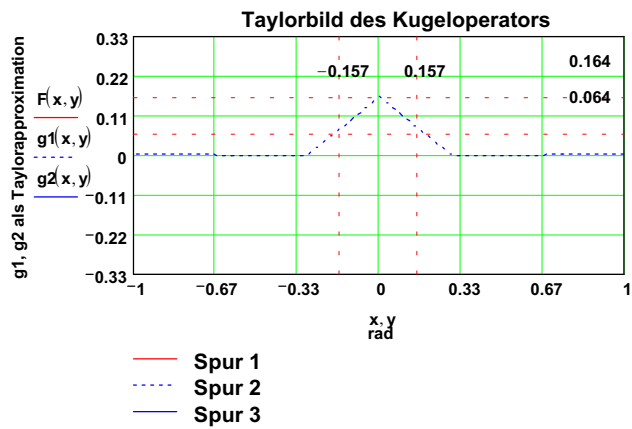
	0
0	2.115i
1	1.902i
2	1.689i
3	1.476i
4	1.262i
5	1.048i
6	0.833i
7	0.615i
8	0.391i
9	0.135i
10	0.164
11	0.135i
12	0.391i
13	0.615i
14	0.833i
15	1.048i
16	1.262i
17	1.476i
18	1.689i
19	1.902i
20	2.115i

 $g1(x, y) =$

	0
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0.076
10	0.164
11	0.076
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0

 $g2(x, y) =$

	0
0	-6.032·10 ¹⁵
1	-6.713·10 ¹⁵
2	-7.568·10 ¹⁵
3	-8.676·10 ¹⁵
4	-1.017·10 ¹⁶
5	-1.231·10 ¹⁶
6	-1.562·10 ¹⁶
7	-2.156·10 ¹⁶
8	-3.631·10 ¹⁶
9	-6.924
10	-3.087
11	-6.924
12	-3.631·10 ¹⁶
13	-2.156·10 ¹⁶
14	-1.562·10 ¹⁶
15	-1.231·10 ¹⁶
16	-1.017·10 ¹⁶
17	-8.676·10 ¹⁵
18	-7.568·10 ¹⁵
19	-6.713·10 ¹⁵
20	-6.032·10 ¹⁵



	0
0	2.115i
1	1.902i
2	1.689i
3	1.476i
4	1.262i
5	1.048i
6	0.833i
7	0.615i
8	0.391i
9	0.135i
10	0.164
11	0.135i
12	0.391i
13	0.615i
14	0.833i
15	1.048i
16	1.262i
17	1.476i
18	1.689i
19	1.902i
20	2.115i

$F(x,y) =$

$\theta_1 =$

	0
0	-17.991
1	-8.991
2	0.009
3	9.009
4	18.009
5	27.009
6	36.009

Grad

$\theta_2 =$

	0
0	-54.03
1	-45.03
2	-36.03
3	-27.03
4	-18.03
5	-9.03
6	-0.03

Grad

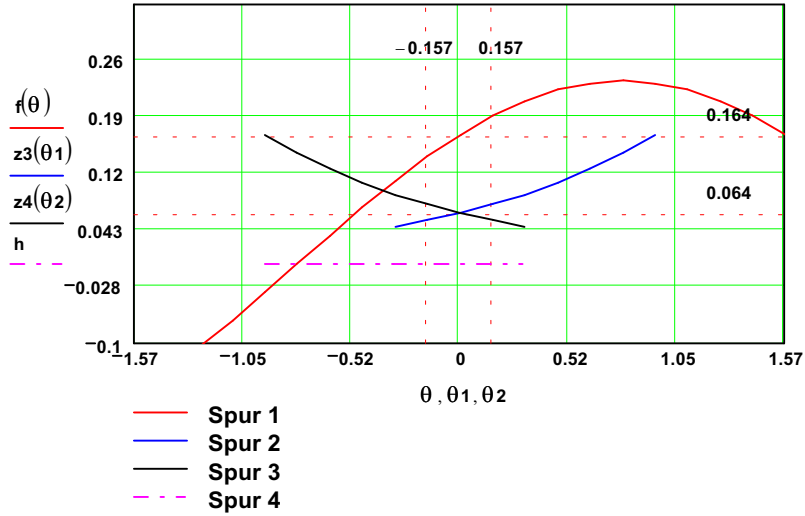
$z_3(\theta_1) =$

	0
2	0.064
3	0.075
4	0.088
5	0.102
6	0.12
7	0.14
8	0.164

$z_4(\theta_2) =$

	0
0	0.164
1	0.14
2	0.12
3	0.103
4	0.088
5	0.075
6	0.064

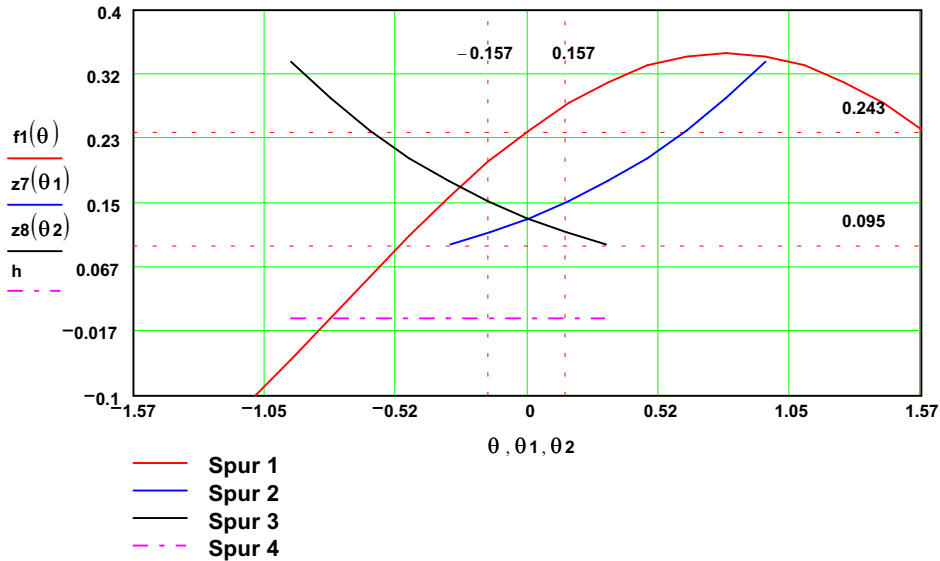
Polare Zerlegung des F-Tensors
 $F = V \cdot Re \cdot R \cdot (R^{-1} \cdot R_p \cdot U) = V \cdot Re \cdot (R \cdot R^{-1}) \cdot R_p \cdot U$
 $Fe \cdot Fp = V \cdot Re \cdot R_p \cdot U = F$



$|Fe \cdot \lambda F| = 2426.837$ $d = 2425.902$ $kr = 64.655$ **Taylor:** $g_1(0, 0) = 0.164$

$$Fe \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 1215.429 \\ 1389.5 \end{pmatrix} \quad Fp \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 1215.429 \\ 1389.5 \end{pmatrix} \quad Fp \cdot Fe = \begin{pmatrix} 1575.296 & 0 & 0 \\ 0 & 1215.429 & 0 \\ 0 & 0 & 1389.5 \end{pmatrix}$$

Polare Zerlegung des F-Tensors
 $F = V \cdot Re \cdot R^*(R^{-1} \cdot Rp \cdot U) = V \cdot Re \cdot (R \cdot R^{-1}) \cdot Rp \cdot U$
 $Fe \cdot Fp = V \cdot Re \cdot Rp \cdot U = F$



$|Fe \cdot \lambda F| = 2426.837 \quad d = 2425.902 \quad kr = 64.655 \quad \text{Taylor: } g_1(0, 0) = 0.164$

$$Fe \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 1215.429 \\ 1389.5 \end{pmatrix} \quad Fp \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 1575.296 \\ 1215.429 \\ 1389.5 \end{pmatrix} \quad Fp \cdot Fe = \begin{pmatrix} 1575.296 & 0 & 0 \\ 0 & 1215.429 & 0 \\ 0 & 0 & 1389.5 \end{pmatrix}$$

Legende:

kr = Referenz-Konfiguration

k = aktuelle-Konfiguration

Fe=F-Tensor für den elastischen Anteil

Fp=F-tensor für den plastischen Anteil

V =elastischer Links-Strecktensor

U =plastischer Rechts-Strecktensor

$$f(\theta) := 0.164 \cdot (\cos(\theta) + \sin(\theta))$$

$$f1(\theta) := r1 \cdot (\cos(\theta) + \sin(\theta))$$

$$z3(\theta1) := r \cdot e^{(\theta1)} \cdot 0.39$$

$$z4(\theta2) := r \cdot e^{-(\theta2)} \cdot 0.39$$

$$kr = 64.655$$

$$d = 2425.902$$

$$k = 2426.837$$

$$\text{Taylor}$$

$$g1(0, 0) = 0.164$$

$$f(\theta) =$$

	0
0	-0.164
1	-0.188
2	-0.207
3	-0.221
4	-0.229
5	-0.232
6	-0.229
7	-0.221
8	-0.207
9	-0.188
10	-0.164
11	-0.136

$$f(\theta1) =$$

	0
0	0.105
1	0.136
2	0.164
3	0.188
4	0.207
5	0.221
6	0.229
7	0.232
8	0.229

$$e^{i \cdot \theta1} \cdot r =$$

	0
0	0.156-0.051i
1	0.162-0.026i
2	0.164+2.612i·10 ⁻⁵
3	0.162+0.026i
4	0.156+0.051i
5	0.146+0.074i
6	0.133+0.096i
7	0.116+0.116i
8	0.096+0.133i

$$z3(\theta1) =$$

	0
2	0.064
3	0.075
4	0.088
5	0.102
6	0.12
7	0.14
8	0.164

$$z4(\theta2) =$$

	0
0	0.164
1	0.14
2	0.12
3	0.103
4	0.088
5	0.075
6	0.064

$$z7(\theta1) := r \cdot e^{(\theta1)} \cdot 0.79$$

$$z8(\theta2) := r \cdot e^{-(\theta2)} \cdot 0.79$$

$$\theta1 =$$

	0
0	-0.314
1	-0.157
2	0
3	0.157
4	0.314
5	0.471
6	0.628

$$\text{rad}$$

$$\theta1 =$$

	0
0	-17.991
1	-8.991
2	0.009
3	9.009
4	18.009
5	27.009
6	36.009

$$\text{Grad}$$

$$\theta2 =$$

	0
0	-54.03
1	-45.03
2	-36.03
3	-27.03
4	-18.03
5	-9.03
6	-0.03

$$\text{Grad}$$

$$z7(\theta1) =$$

	0
0	0.095
1	0.111
2	0.13
3	0.152
4	0.177
5	0.208
6	0.243

$$z8(\theta2) =$$

	0
2	0.243
3	0.208
4	0.177
5	0.152
6	0.13
7	0.111
8	0.095

16 Baukörperanalyse

In der Deformationsanalyse des unter der Last des Erdbebens von Friaul 1976 stehenden Baukörpers¹⁶ handelt es sich um die Feststellung einer durch Punktgruppen ermittelten Maßzahl zur Kennzeichnung des nach dem Erdbeben entstandenen Baukörperzustandes.

Das System der Punktgruppen besteht aus drei in der Berechnung aufgeführten Verträglichkeitszeichen, in deren Hintergrund die Gradienten- bzw. Quadrikenberechnungen, die Taylorabbildungen und Drehzeigerzerlegungen stehen.

Hinsichtlich des ersten unter der Gradientenberechnung aufgeführten Verträglichkeitszeichens wird das Hauptstrukturen paar

$$0,095/0,243$$

für k_r und k ermittelt.

Dies wird durch die bei der Wurzelauflösung des Tensors entstandenen Funktion $F(x,y)$ und der daraus als Quadrik in Ellipsoidform abgebildeten Deformation von

$$k = 0,164$$

nicht bestätigt.

Die als drittes Verträglichkeitszeichen aus der körperfesten Deutung entwickelte Taylorabbildung bestätigt gleichfalls die als Ellipsoidüberdeckung abgebildete Deformation von

$$k = 0,164$$

Das bei der Koordinatentransformation durch Basiswechsel entstandene Dilemma wird erst von der polaren Zerlegung des Drehzeigers und nicht von der adäquaten polar multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten aufgelöst. Zum ersten Mal wird die Überlegenheit des durch die "Eulerschen Formeln" für komplexe Funktionen entstandenen Drehzeigers gegenüber der abstrakten linearen Algebra erkennbar.

Denn mit gleichem Tensor bestätigt die polar-multiplikative Zerlegung die isotrope orthogonale Koordinatentransformation, die im Widerspruch zur anisotropen komplexen Drehzeiger- und Quadrikentransformation steht (S. 48-51).

¹⁶ s. Tab. S. 53 f.

Tabelle
zur
quantitativen Deformationsanalyse von Bauwerken gegen die Erregung des Erdbebens
von Friaul 1976

Baukörper- Metrik- und Tensorgrößen der Deformation

Datei: Deformationsanalyse 5b

Legende: kr = Ref.-Konfig. k = Mom.-Konfig. D = Dämpfung		Zone 0,4/04 Einmassen- schwinger	
ω =Eig.-schw.d.Bw. vg = Eig.-schw. Bod. EZ = Errorzeit		D[%]= 2	
		ω [rad]=6,3	
		vg[rad]=8.941	
		EZ[ms]=7.935	
1	Daten	Zone 0,4/04 Einmassenschwinger	
2	Masse M [Ns ² /m]	20400	
3	Max. Einwirkung [g]	0.37	
4	Äquivalente Beschlg. Zeit ta [ms]	160	
5	λ [m/s ²]	39,69	
6	Kinematische Zulässig- keit der Bewegung Seite 13 durch	F*F ⁻¹ =1	
7	Jacobische Determinante von F	51579.266	
8	Partikelndistanz durch Taylorreihenabbildung [mm]	1,64	

9	Partikelndistanz d. Linienelements λF in kr [mm]	0,64	Referenzkonfiguration
10	Partikelndistanz durch Transformation in K [mm]	1,64	Momentankonfiguration

11	Streck- und Verzerrungsgeschwindigkeitstensor D gemäß Euler	$F^T \cdot D \cdot F \cdot F^{-1} \cdot F^{-1} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 34.863 & 0 \\ 0 & 0 & 37.276 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$
12	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor λ' gemäß Lagrange	$F^T \cdot D \cdot F = \begin{pmatrix} 62523.502 & 0 & 0 \\ 0 & 42373.493 & 0 \\ 0 & 0 & 51795.009 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$
13	Geschwindigkeitsgradiententensor L	$F' \cdot F^{-1} = \begin{pmatrix} 39.69 & 0 & 0 \\ 0 & 34.863 & 0 \\ 0 & 0 & 37.276 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$
14	Geschwindigkeit der Abstandspartikel in der k-Konfiguration ds' [m/ms] Metrik	$\det(ds') = 91582.881 = 0,091 \text{ [m/ms]}$ $D \cdot F \cdot \lambda F = \begin{pmatrix} 62523.502 \\ 42373.493 \\ 51795.009 \end{pmatrix} \quad \blacksquare$

17 Zusammenfassung

Durch eine als konfirmatorische Analyse betrachtete Deformationsberechnung werden zeitliche Änderungen von Spannungen und Verzerrungen miteinander verknüpft und mit Hilfe der gesetzlichen Verhältnisse die Kompatibilität der Aussageformen angesprochen.

Mehr noch als von der im Band 2 durchgeführten Spannungsanalyse wird durch eine Deformationsanalyse das ganze Ausmaß des Schadenpotentials des unter der Last des Erdbebens von Friaul 1976 stehenden Bauwerks zum Ausdruck gebracht.

Es ist eine durch die „Unregelmäßigkeit“ von unabhängigen partiell differentialen Größen in den starren, elastischen und plastischen Bereichen der Massen verursachte Schadensstruktur hinter der sich als Lösungsverhalten vier Systeme verbergen.

Am Schluss jeder Analyse wird das Bauwerk bewertet. Dabei handelt es sich um die Feststellung einer durch Punktgruppen ermittelten Maßzahl zur Kennzeichnung des nach dem Erdbeben entstandenen Baukörperzustandes.

Das System der Punktgruppen besteht aus drei in der Berechnung aufgeführten Verträglichkeitszeichen zu deren Hintergrund die oben erwähnten als Berechnung geführten vier Systeme gehören und zwar, die Gradienten- bzw. Quadrikenberechnungen, die Taylorabbildungen und die Drehzeigerzerlegungen.

Es hat sich in der Analyse als Überraschung erwiesen, dass sich die durch unterschiedliche Koordinatentransformationen aufgekommenen Ungereimtheiten für die richtige Zuordnung der Konfigurationswerte erst mit Hilfe der Taylorabbildung durch die Drehzeigerfunktionen auflösen.

Damit wird zum ersten Mal eine gewisse Überlegenheit des durch die „Eulerschen Formeln“ für komplexe Funktionen entstandenen Drehzeigers der Funktionentheorie gegenüber der abstrakteren linearen Algebra erkennbar. Denn mit gleichem Tensor bestätigt die polar-multiplikative Zerlegung die isotrope orthogonale Koordinatentransformation, die im Widerspruch zur anisotropen Drehzeiger- und Quadrikentransformation steht.

Abschließend ist festzustellen, dass sich bei den Quadriken - bzw. Taylorabbildungen und der Drehzeigerzerlegung aufgestellten Tabellenwerten direkt die Summenwinkel für die Verzerrungen von der Konfiguration k nach k ablesen lassen und Ausdruck einer Verträglichkeit widerspiegeln. Der Vergleich der Summenwinkelmaßzahlen zwischen den beiden ersten Bauwerken mit $2 \cdot 99^\circ = 198^\circ$ bzw. $2 \cdot 153^\circ = 306^\circ$ und dem als verträglich unter einer Maßzahl von $2 \cdot 54^\circ = 108^\circ$ eingestuften dritten Bauwerk zeigt deutlich den Zusammenhang auf.

Die Deformationsanalyse ist ihrem durch faszinierende mathematische Zusammenhänge unterstützten konfirmatorischen Status gerecht geworden.

18 Literaturverzeichnis

- Bachmann Bachmann, Hugo: *Erdbebensicherung von Bauwerken*. Berlin: Birkhäuser, 1995
- Bathe Bathe, Klaus-Jürgen: *Finite Elemente-Methoden*. Berlin: Springer, 1990
- Betten Betten, Josef: *Finite Elemente für Ingenieure*1. Berlin: Springer, 1997
- Betten Betten, Josef: *Finite Elemente für Ingenieure*2. Berlin: Springer, 1998
- Betten Betten, Josef: *Kontinuumsmechanik*. Berlin: Springer, 2001
- Betten Betten, Josef: *Tensorrechnung für Ingenieure*. Stuttgart: Teubner, 1987
- Bundesamt für Zivilschutz *Handbuch der Waffenwirkungen für die Bemessung von Schutzbauten*. Bern: Bundesamt für Zivilschutz, 1964
- Gross Gross, Dietmar: *Bruchmechanik*. Berlin: Springer, 1996
- Howard Howard, Anton: *Lineare Algebra*, Heidelberg: Akademischer Verlag 1995
- John John, Ralf: *Ein Deformationsgesetz für große elastische- plastische Verformungen zur Modellierung anisotropem Materialverhaltens*, Dresden: 1996, (Dissert.).
- Kienzler Kienzler, Reinhold: *Konzepte der Bruchmechanik*. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1993
- Kießl Kießl, Kurt; Gertis, K.: *Nicht isothermer Feuchtetransport in dickwandigen Betonteilen von Reaktordruckbehältern*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 280
- Kirk Kirk, Walter: *Beiträge zur Erdbebensicherung von Bauwerken— Band 1: Eine dauerhafte methodische Untersuchungsarbeit zur Gestaltung einer realistischen deterministischen Bemessungsstrategie*. Books on Demand, Norderstedt, 2000
- Kirk Kirk, Walter: *Beiträge zur Erdebensicherung von Bauwerken— Band 2: Der Massengrenzbereich als Risiko für die Verträglichkeit erdbebengefährdeter Bauwerke*. Books on Demand, Norderstedt, 2001
- Kleber Kleber, Will: *Einführung in die Kristallographie*. Berlin: VEB Verlag 1979
- Klotter Klotter, Karl: *Technische Schwingungslehre*. Berlin: Springer, 1981
- Lippmann Lippmann, Horst: *Angewandte Tensorrechnung für Ingenieure, Physiker und Mathematiker*. Berlin: Springer, 1996
- Lippmann Lippmann, Horst: *Mechanik des Plastischen Fließens*. Berlin: Springer, 1981
- Paulay Paulay, Thomas; Bachmann, Hugo; Moser, Konrad: *Erdbebenbemessung von Stahlbetonhochbauten*. Basel: Birkhäuser, 1990
- Pfaffinger Pfaffinger, Dieter O.: *Tragwerksdynamik*. Wien: Springer, 1989
- Speiser Speiser, Andreas: *Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung*, Basel: Birkhäuser Verlag 1980
- Zurmühl Zurmühl, R.; Falk, S.: *Matrizen und ihre Anwendungen*1. Berlin: Springer, 1992

**An Dipl.-Ing.
Walter Kirk**

Fax 0201/7491434

BESTELLUNG

Hiermit bestelle ich die Diskette mit den Originaldateien zum Buch „Beiträge zur Erdb ebensicherung von Bauwerken – Band 3 -“. Ich versichere, dass ich die auf der Diskette enthaltenen Daten ausschließlich zu den angegebenen nichtkommerziellen Zwecken der Forschung und Fachrecherche verwenden und weder reproduzieren noch vertreiben werde. Die vorstehende Warnung habe ich gelesen und verstanden. Ich erkläre mich damit einverstanden. Den Unkostenbeitrag von € 15,34 habe ich auf das angegebene Konto überwiesen.

Ort

Datum

Unterschrift

BITTE DEUTLICH SCHREIBEN

Name: _____

Vorname: _____

Straße: _____

Hausnummer: _____

Postleitzahl: _____

Ort: _____

Telefon dienstlich: _____

Telefon privat:: _____

Fax dienstlich: _____

Fax privat:: _____

e-mail: _____

Grund der Arbeit mit den Daten zum Buch „Beiträge zur Erdbebensicherung von Bauwerken“:

Zu diesem Buch

Die Beweisführung analytisch klimatischer Aussagen verlangt eine streng mathematisch zu behandelnde Beweisführung.

Ich denke, die in diesem Band im Mittelpunkt stehende Theorie endlicher Verzerrungen ist dafür ein geeignetes, vielleicht sogar faszinierendes Hilfsmittel. Dadurch bekommen die als Aussagemuster gebildeten partiellen Ableitungen einen konfirmatorischen Charakter.

Der Autor

Dipl.-Berg-Ingenieur Walter Kirk war aktiv im Ruhrbergbau, später in der Bergbauforschung in Essen tätig. Seit 1966 bis zu seiner Pensionierung im Jahr 1982 war er im deutschen Bundesamt für Zivilschutz in Bonn für die Forschung im Bereich simulierter Versuche gegen NEMP, SCHOCK, WÄRME- und DIFFUSIONSBELASTUNG von Bauwerken verantwortlich. Er lebt heute im Ruhestand in Essen.

ISBN 3-8311-3645-9

This page is available in the following languages:



Creative Commons License Deed



**Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC
BY-SA 4.0)**

This is a human-readable summary of (and not a substitute for) the [license](#).

You are free to:

Share — copy and redistribute the material in any medium or format

Adapt — remix, transform, and build upon the material

for any purpose, even commercially.

The licensor cannot revoke these freedoms as long as you follow the license terms.



Under the following terms:

Attribution — You must give appropriate credit, provide a link to the license, and indicate if changes were made. You may do so in any reasonable manner, but not in any way that suggests the licensor endorses you or your use.



ShareAlike — If you remix, transform, or build upon the material, you must distribute your contributions under the same license as the original.

No additional restrictions — You may not apply legal terms or technological measures that legally restrict others from doing anything the license permits.

Notices:

You do not have to comply with the license for elements of the material in the public domain or where your use is permitted by an applicable exception or limitation.

No warranties are given. The license may not give you all of the permissions necessary for your intended use. For example, other rights such as publicity, privacy, or moral rights may limit how you use the material.